

6. gyakorlat: Fluid forgalmak, előzetes forgalomszabályozás

Kommunikációs hálózatok teljesítményének elemzése

Mészáros András

2024/12/05

1. feladat

Egy hálózatban 3 fluid szerver van, kiszolgálási sebességük rendre 3.0, 3.5, 6.0. A hálózatban 4 különböző prioritású forgalom van jelen, csökkenő prioritási sorrendben:

- (a) az érkezési rátája 1.6, és áthalad a 2-es és 3-as szervereken;
- (b) az érkezési rátája 2.4, és áthalad mindhárom szerveren;
- (c) az érkezési rátája 1.3, és áthalad az 1-es és 3-as szervereken;
- (d) az érkezési rátája 1.7, és áthalad a 3-as szerveren.

Minden forgalomról ütközés esetén instant és tökéletes visszaszabályozást feltételezünk a hálózatba való belépési pontjukig visszamenőleg.

Számítsuk ki, melyik forgalom mekkora sebességre áll be. Adjuk meg azt is, melyik szervernek mekkora a kihasználtsága.

1. feladat

(a) Megoldás.

Az (a) forgalom a legmagasabb prioritású, és egyik szerver sem korlátozza, tehát megkapja az 1.6 érkezési rátát, és a szervereken a még szabad kapacitás rendre 3.0, 1.9, 4.4.

A (b) forgalmat a második szerver korlátozza, így a visszaszabályozás miatt a (b) forgalom sebessége 1.9, és az egyes szervereken a még szabad kapacitás rendre 1.1, 0.0, 2.5.

A (c) forgalmat az első szerver lekorlátozza, így a sebessége 1.1, és az egyes szervereken a még szabad kapacitás rendre 0.0, 0.0, 1.4.

A (d) forgalmat a harmadik szerver lekorlátozza, így a sebessége 1.4, és az egyes szervereken a még szabad kapacitás rendre 0.0, 0.0, 0.0.

Mindhárom szerver kihasználtsága 100%.

2. feladat

2. Egy hálózatban 2 fluid szerver van, kiszolgálási sebességük rendre 2.0, 3.0. A hálózatban 3 fluid forgalom van jelen, melyek között mindkét szerver WFQ elv alapján osztja ki a sávszélességet, az egyes forgalmak súlyai (0.5, 0.3, 0.2). Az egyes forgalmak jellemzői:

- (a) az érkezési rátája 2.0, és áthalad az 1-es szerveren;
- (b) az érkezési rátája 3.0, és áthalad mindkét szerveren;
- (c) az érkezési rátája 1.0, és áthalad a 2-es szerveren.

Minden forgalomról ütközés esetén instant és tökéletes visszaszabályozást feltételezünk a hálózatba való belépési pontjukig visszamenőleg.

Számítsuk ki, melyik forgalom mekkora sebességre áll be. Adjuk meg azt is, melyik szervernek mekkora a kihasználtsága.

2. feladat

Megoldás. Paraméterek. Kiszolgálási ráták:

$$\mu_1 = 2.0, \quad \mu_2 = 3.0.$$

Forgalmak sebessége:

$$\lambda_1 = 2.0, \quad \lambda_2 = 3.0, \quad \lambda_3 = 1.0.$$

A forgalmak és szerverek illeszkedési mátrixa:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

WFQ súlyok:

$$w_1 = 0.5, \quad w_2 = 0.3, \quad w_3 = 0.2.$$

Inicializálás: $\lambda_{\text{curr}} = (0 \ 0 \ 0)$, $a = (1 \ 1 \ 1)$.

2. feladat

Az iteráció első lépésében a forgalmak saját korlátai:

$$\begin{aligned}\frac{\lambda_1 - \lambda_{1,\text{curr}}}{a_1 w_1} &= \frac{2.0 - 0}{1 \cdot 0.5} = 4, \\ \frac{\lambda_2 - \lambda_{2,\text{curr}}}{a_2 w_2} &= \frac{3.0 - 0}{1 \cdot 0.3} = 10, \\ \frac{\lambda_3 - \lambda_{3,\text{curr}}}{a_3 w_3} &= \frac{1.0 - 0}{1 \cdot 0.2} = 5,\end{aligned}$$

és a szerverek korlátai:

$$\begin{aligned}\frac{\mu_1 - A_{11}\lambda_{1,\text{curr}} - A_{21}\lambda_{2,\text{curr}} - A_{31}\lambda_{3,\text{curr}}}{A_{11}a_1w_1 + A_{21}a_2w_2 + A_{31}a_3w_3} &= \frac{2.0 - 0}{0.5 + 0.3} = 2.5, \\ \frac{\mu_2 - A_{12}\lambda_{1,\text{curr}} - A_{22}\lambda_{2,\text{curr}} - A_{32}\lambda_{3,\text{curr}}}{A_{12}a_1w_1 + A_{22}a_2w_2 + A_{32}a_3w_3} &= \frac{3.0 - 0}{0.3 + 0.2} = 6.\end{aligned}$$

A korlátok közül a legkisebb az első szerverhez tartozó 2.5, így $h = 2.5$ lesz.

2. feladat

Frissítjük a $\lambda_{i,\text{curr}}$ értékeket:

$$\lambda_{1,\text{curr}} := \lambda_{1,\text{curr}} + a_1 w_1 h = 0 + 0.5 \cdot 2.5 = 1.25,$$

$$\lambda_{2,\text{curr}} := \lambda_{2,\text{curr}} + a_2 w_2 h = 0 + 0.3 \cdot 2.5 = 0.75,$$

$$\lambda_{3,\text{curr}} := \lambda_{3,\text{curr}} + a_3 w_3 h = 0 + 0.2 \cdot 2.5 = 0.5,$$

és frissítjük az a_i értékeket:

$$a_1 := 0, \quad a_2 := 0,$$

mivel az 1-es szerverben lévő forgalmak ezzel a növeléssel készen is vannak.

Mivel még van olyan forgalom, ami nincs kész ($a_3 \neq 0$), ezért kell még egy iterációs lépés.

2. feladat

Az iteráció második lépésében a forgalmak saját korlátai:

$$\frac{\lambda_3 - \lambda_{3,\text{curr}}}{a_3 w_3} = \frac{1.0 - 0.5}{1 \cdot 0.2} = 2.5,$$

és a szerverek korlátai:

$$\frac{\mu_2 - A_{12}\lambda_{1,\text{curr}} - A_{22}\lambda_{2,\text{curr}} - A_{32}\lambda_{3,\text{curr}}}{A_{12}a_1w_1 + A_{22}a_2w_2 + A_{32}a_3w_3} = \frac{3.0 - 0.75 - 0.5}{0.2} = 8.75.$$

A legkisebb korlát alapján $h = 2.5$ lesz.

2. feladat

Frissítjük a $\lambda_{i,\text{curr}}$ értékeket:

$$\lambda_{3,\text{curr}} := \lambda_{3,\text{curr}} + a_3 w_3 h = 0.5 + 0.2 \cdot 2.5 = 1.0,$$

és frissítjük az a_i értékeket:

$$a_3 := 0,$$

mivel az 1-es forgalom saját korlátja adta a minimális h értéket.

Ezzel az összes forgalom készen van, vége az iterációnak. A megvalósuló sávszélesség-kiosztás:

$$\lambda_{1,\text{curr}} = 1.25, \quad \lambda_{2,\text{curr}} = 0.75, \quad \lambda_{3,\text{curr}} = 1.00.$$

2. feladat

Az egyes szerverek kihasználtsága:

$$\rho_1 = \frac{A_{11}\lambda_{1,\text{curr}} + A_{21}\lambda_{2,\text{curr}} + A_{31}\lambda_{3,\text{curr}}}{\mu_1} = \frac{1.25 + 0.75}{2.0} = 1,$$

$$\rho_2 = \frac{A_{12}\lambda_{1,\text{curr}} + A_{22}\lambda_{2,\text{curr}} + A_{32}\lambda_{3,\text{curr}}}{\mu_1} = \frac{0.75 + 1.0}{3.0} \approx 0.583.$$

3. feladat

Adott egy $C = 4$ kapacitású fluid csatorna. Kétféle forgalmi osztályból markovi módon érkeznek fix sávszélességű (constant bit rate, CBR) forgalmak; az i -edik osztályból az érkezési ráta λ_i , a távozási ráta μ_i , egy forgalom sávszélessége c_i . A két forgalmi osztály jellemzői:

$$c_1 = 1, \lambda_1 = 1, \mu_1 = 1, \quad c_2 = 3, \lambda_2 = 1, \mu_2 = 2.$$

Ha egy forgalom az érkezés pillanatában befér a csatornába, beengedjük, egyébként eldobjuk.

- (a) Mekkora a csatornában a forgalom hosszú távú átlaga?
- (b) Az egyes forgalmi osztályokból a forgalmak mekkora részét dobjuk el érkezéskor?
- (c) Az idő mekkora részében van a csatorna teljesen kihasználva?

3. feladat

Megoldás. Kaufman–Roberts algoritmust használunk. Ekkor a rekurzió alapján

$$\tilde{v}(0) = 1,$$

$$\tilde{v}(1) = \frac{\lambda_1 c_1}{\mu_1 \cdot 1} \tilde{v}(0) = 1 \cdot 1 = 1,$$

$$\tilde{v}(2) = \frac{\lambda_1 c_1}{\mu_1 \cdot 2} \tilde{v}(1) = \frac{1}{2} \cdot 1 = 1/2,$$

$$\tilde{v}(3) = \frac{\lambda_1 c_1}{\mu_1 \cdot 3} \tilde{v}(2) + \frac{\lambda_2 c_2}{\mu_2 \cdot 3} \tilde{v}(0) = \frac{1}{3} \cdot 1/2 + \frac{3}{2 \cdot 3} \cdot 1 = 2/3,$$

$$\tilde{v}(4) = \frac{\lambda_1 c_1}{\mu_1 \cdot 4} \tilde{v}(3) + \frac{\lambda_2 c_2}{\mu_2 \cdot 4} \tilde{v}(1) = \frac{1}{4} \cdot 2/3 + \frac{3}{2 \cdot 4} \cdot 1 = 13/24.$$

3. feladat

A $\tilde{v}(i)$ értékeket leosztva az összegükkel:

$$v_{\text{st}}(0) = 24/89 \approx 0.2697,$$

$$v_{\text{st}}(1) = 24/89 \approx 0.2697,$$

$$v_{\text{st}}(2) = 12/89 \approx 0.1348,$$

$$v_{\text{st}}(3) = 16/89 \approx 0.1798,$$

$$v_{\text{st}}(4) = 13/89 \approx 0.1460.$$

(a) A csatornában a forgalom hosszú távú átlaga

$$0 \cdot v_{\text{st}}(0) + 1 \cdot v_{\text{st}}(1) + \cdots + 4 \cdot v_{\text{st}}(4) \approx 1.6629.$$

3. feladat

- (b) Az egyes forgalmi osztályokból a forgalmak mekkora részét dobjuk el érkezéskor? Az 1-es osztályból a dobási valószínűség

$$b_1 = v_{\text{st}}(4) = 0.1460,$$

a 2-es osztályból a dobási valószínűség

$$b_2 = v_{\text{st}}(2) + v_{\text{st}}(3) + v_{\text{st}}(4) = 0.4606.$$

- (c) Az idő mekkora részében van a csatorna teljesen kihasználva?

Az idő $v_{\text{st}}(4) = 0.1460$ részében van a csatorna teljesen kihasználva.

4. feladat

Egy csatorna kapacitása $C = 13$ Mbps. A csatornába egyfajta adaptív forgalom érkezik, a forgalmak érkezési rátája $\lambda = 2/s$. Egy forgalom $\text{EXP}(1/s)$ ideig tart a kapott sávszélességtől függetlenül; a sávszélesség-korlátai $c_{\min} = 2$ és $c_{\max} = 3$ Mbps.

A csatornában egyszerre bent lévő forgalmak mind egyforma sávszélességet kapnak. Amíg az egy forgalomra jutó sávszélesség nem csökken $c_{\min}$ alá, addig az érkező forgalmakat beengedjük, egyébként érkezéskor eldobjuk.

- (a) Mekkora az érkezéskor eldobás valószínűsége?
- (b) Számítsuk ki az egy forgalom által kapott átlagos sávszélességet.

4. feladat

A csatornában a forgalmak maximális száma

$$n_{\max} = \lfloor C/c_{\min} \rfloor = \lfloor 13/2 \rfloor = 6.$$

A forgalmak paramétere $\lambda = 2, \mu = 1$. Az egyszerre a csatornában lévő forgalmak száma Markov-folyamat; stacionárius eloszlása általában

$$v_{\text{st}}(n) = \frac{\prod_{k=1}^n \lambda/(k\mu)}{\sum_{n=0}^{n_{\max}} \prod_{k=1}^n \lambda/(k\mu)} \quad n = 0, \dots, n_{\max},$$

konkrétan

$$\left(\frac{45}{331} \frac{90}{331} \frac{90}{331} \frac{60}{331} \frac{30}{331} \frac{12}{331} \frac{4}{331} \right) \approx$$
$$(0.1360 \ 0.2719 \ 0.2719 \ 0.1813 \ 0.0906 \ 0.0362 \ 0.0121)$$

4. feladat

Az eldobási valószínűség érkezéskor

$$v_{\text{st}}(n_{\text{max}}) = 0.0121.$$

A csatornában az átlagos teljes sávszélesség

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{n_{\text{max}}} v_{\text{st}}(n) \min(C, n c_{\text{max}}) = \\ 3v_{\text{st}}(1) + 6v_{\text{st}}(2) + 9v_{\text{st}}(3) + 12v_{\text{st}}(4) + 13v_{\text{st}}(5) + 13v_{\text{st}}(6) \\ = 1918/331 \approx 5.795. \end{aligned}$$

Egy forgalom átlagos sávszélessége

$$\bar{c} = \frac{\sum_{n=0}^{n_{\text{max}}} v_{\text{st}}(n) \min(C, n c_{\text{max}})}{\sum_{n=0}^{n_{\text{max}}} n v_{\text{st}}(n)} = \frac{5.795}{1.975} \approx 2.933.$$