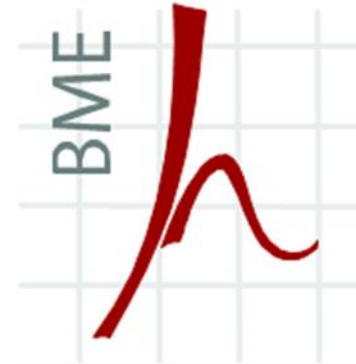




Számítógép Architektúrák

Cache memória

Mészáros András

BME Hálózati Rendszerek és Szolgáltatások Tsz.
meszarosa@hit.bme.hu

1. Feladat

Vegyük egy 256 byte méretű cache-t 64 byte-os blokkmérettel. A cache kezdetben csupa érvénytelen blokkot tartalmaz. Egy program az alábbi memóriablokkokról olvas (ebben a sorrendben):

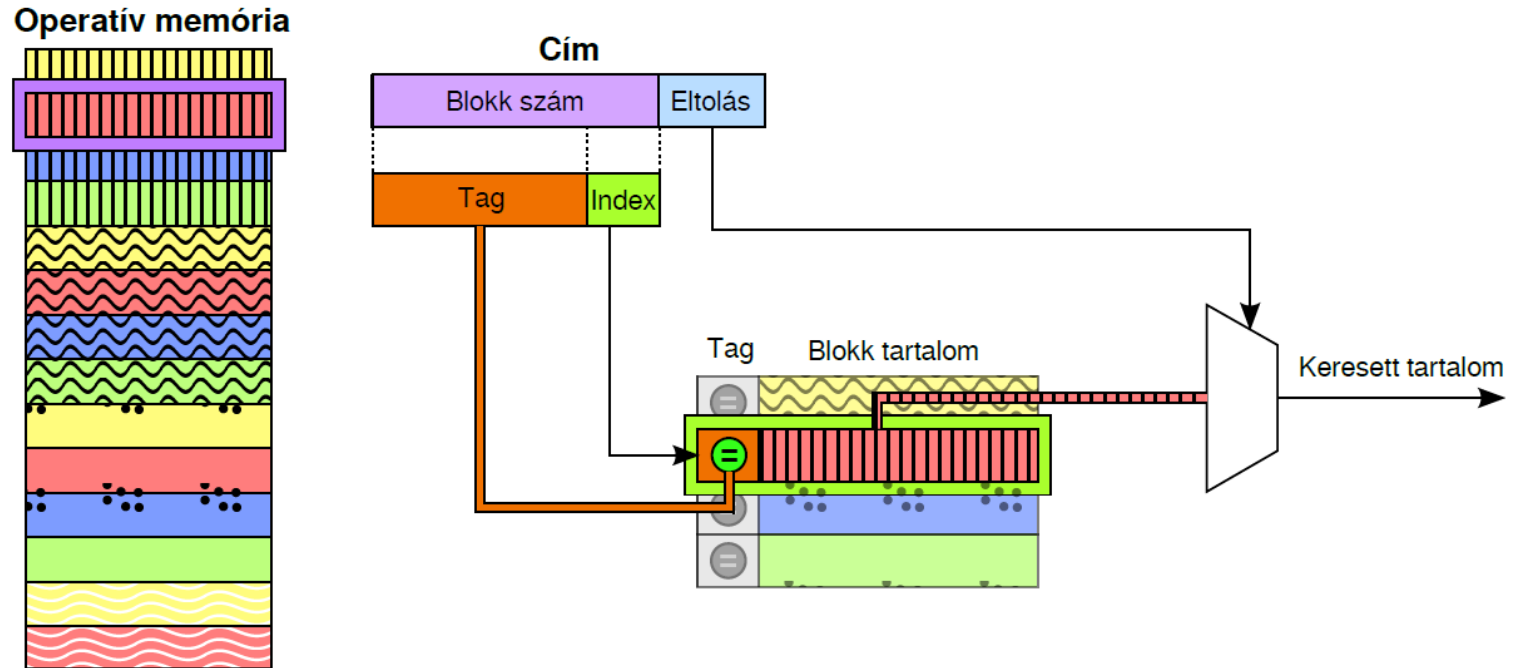
- 1, 3, 8, 4, 3, 6, 8, 1

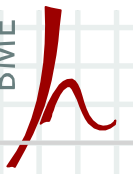
Adja meg a cache hibák számát és a cache végső tartalmát (blokkszámokkal) LRU algoritmus mellett

- a) direkt leképezés esetén
- b) teljesen asszociatív szervezés esetén
- c) két utas asszociatív szervezés esetén

Direkt leképzés

- Minden bloknak egyetlen előre meghatározott helye van
- Olcsó, egyszerű, kis fogyasztású
- Új blokk gyakran kiszorít egy másikat
- Pl. modulo alapú elhelyezés

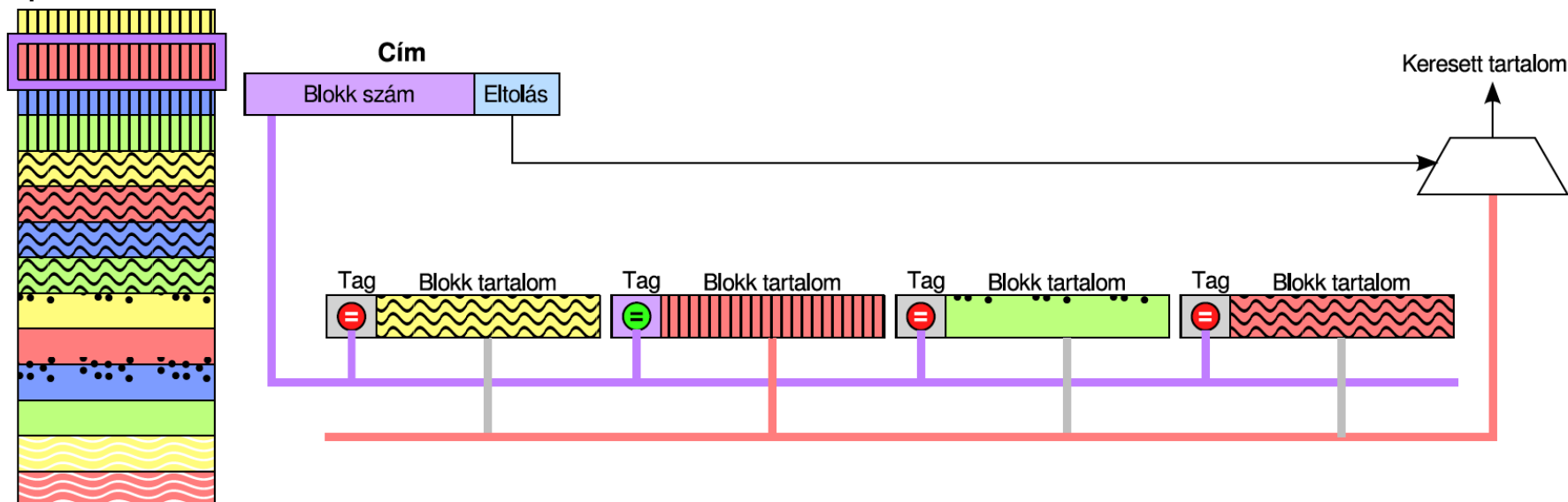




Teljesen asszociatív leképezés

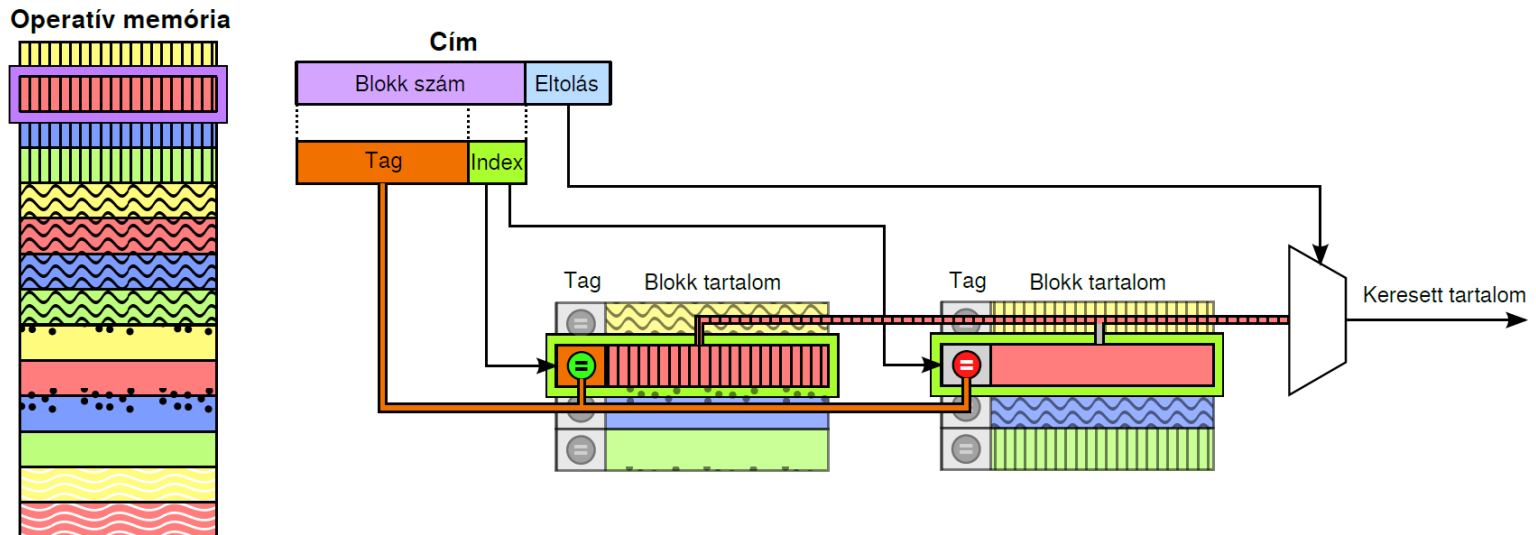
- Bármelyik blokk bárhova kerülhet
- Csak akkor kell kidobni egy szabadon választott blokkot, ha tele a cache
- Sokat fogyaszt (minden blokkal komparálni kell, széles tag)

Operatív memória



n-utas asszociatív leképzés

- Arany középút
- Van némi szabadságunk, mit dobjunk ki
- n blokkal kell csak komparálni



1. Feladat

Vegyünk egy 256 byte méretű cache-t 64 byte-os blokkmérettel. A cache kezdetben csupa érvénytelen blokkot tartalmaz. Egy program az alábbi memóriablokkokról olvas (ebben a sorrendben):

- 1, 3, 8, 4, 3, 6, 8, 1

Adja meg a cache hibák számát és a cache végső tartalmát (blokkszámokkal) LRU algoritmus mellett

- a) direkt leképezés esetén
- b) teljesen asszociatív szervezés esetén
- c) két utas asszociatív szervezés esetén

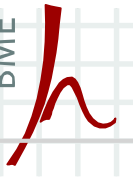
$$S_{\text{cache}} = 256\text{B}$$

$$S_{\text{blokk}} = 64\text{B}$$

$$N_{\text{blokk}} =$$

$$N_{\text{blokk}} = 4$$

Olvasott blokkok:
1, 3, 8, 4, 3, 6, 8, 1



1/a. Feladat

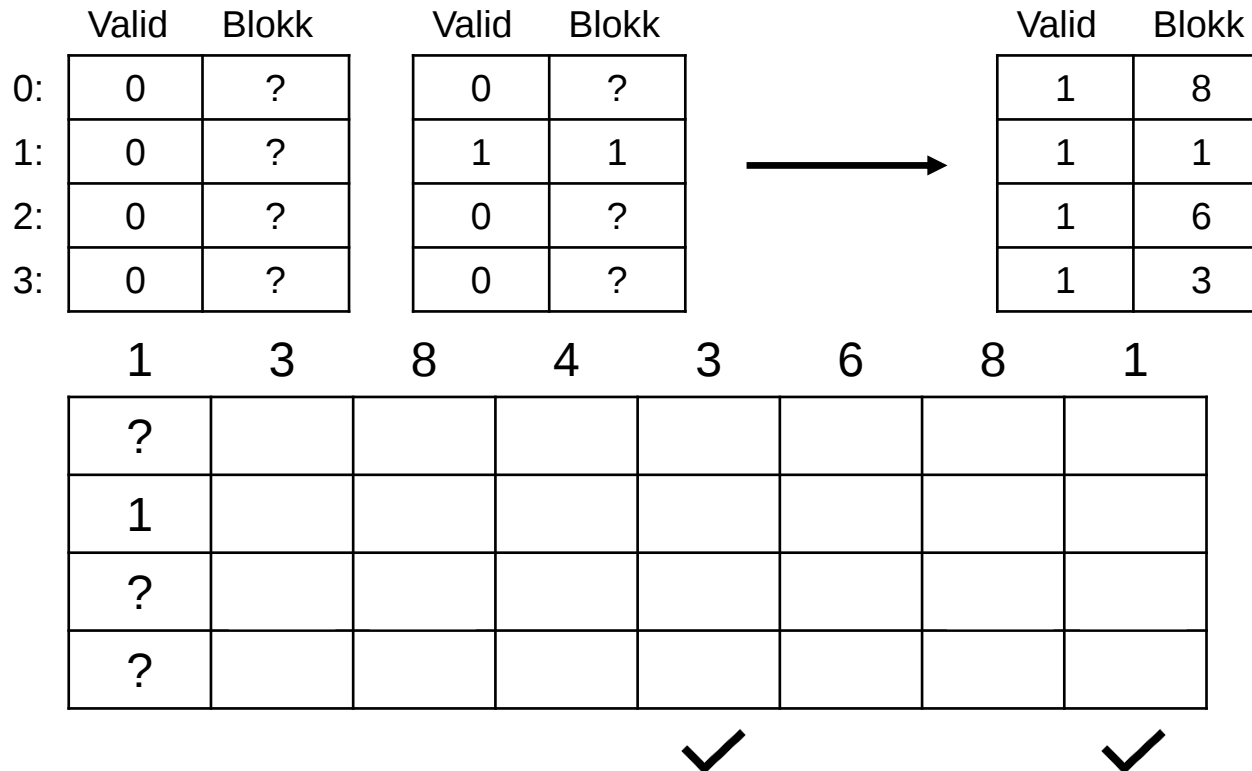
Adja meg a cache hibák számát és a cache végső tartalmát (blokkszámokkal) LRU algoritmus mellett

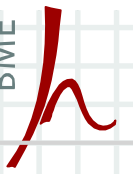
a) direkt leképezés esetén

Index = $x \bmod N_{\text{blokk}} = x \bmod 4$ (osztási maradék 4-gyel)

$N_{\text{blokk}} = 4$

Olvasott blokkok:
1, 3, 8, 4, 3, 6, 8, 1





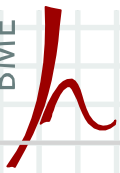
1/b. Feladat

Adja meg a cache hibák számát és a cache végső tartalmát
(blokk számokkal) LRU algoritmus mellett

$$N_{\text{blokk}} = 4$$

b) teljesen asszociatív szervezés esetén

	V	Blokk	K	V	Blokk	K	V	Blokk	K	V	Blokk	K	
1	1	1	1	0	?	4	0	?	3	0	?	2	
3	1	1	2	1	3	1	0	?	4	0	?	3	
8	1	1	3	1	3	2	1	8	1	0	?	4	
4	1	1	4	1	3	3	1	8	2	1	4	1	
3	1	1	4	1	3	1	1	8	3	1	4	2	✓
6	1	6	1	1	3	2	1	8	4	1	4	3	
8	1	6	2	1	3	3	1	8	1	1	4	4	✓
1	1	6	3	1	3	4	1	8	2	1	1	1	



1/c. Feladat

Adja meg a cache hibák számát és a cache végső tartalmát (blokkszámokkal) LRU algoritmus mellett

$$N_{\text{blokk}} = 4$$

c) Két utas asszociatív szervezés esetén

	V	Blokk	K	V	Blokk	K
1						

	V	Blokk	K	V	Blokk	K
3						

	V	Blokk	K	V	Blokk	K
8						

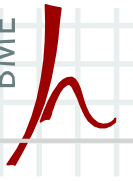
	V	Blokk	K	V	Blokk	K
4					()	

	V	Blokk	K	V	Blokk	K
3						

	V	Blokk	K	V	Blokk	K
6						

	V	Blokk	K	V	Blokk	K
8		()				

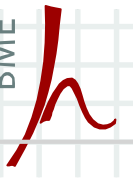
	V	Blokk	K	V	Blokk	K
1						



2. Feladat

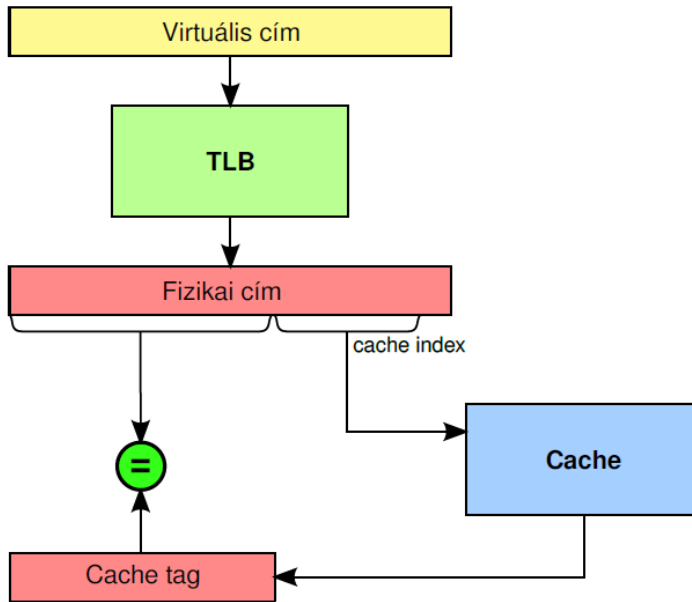
Vegyünk egy 32 kB méretű cache-t 64 byte-os blokkmérettel. A CPU rendelkezzen 32 bites fizikai, 48 bites virtuális címekkel. 4-utas asszociatív szervezés mellett hány darab és hány bites összehasonlítást kell végezni egy keresés során, ha

- a) Fizikailag indexelt cache-t használunk, fizikai tag-ekkel
- b) Virtuálisan indexelt cache-t használunk, virtuális tag-ekkel

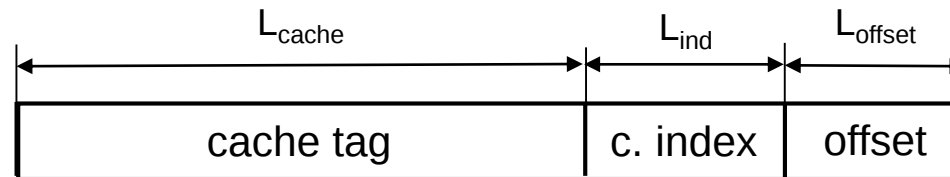
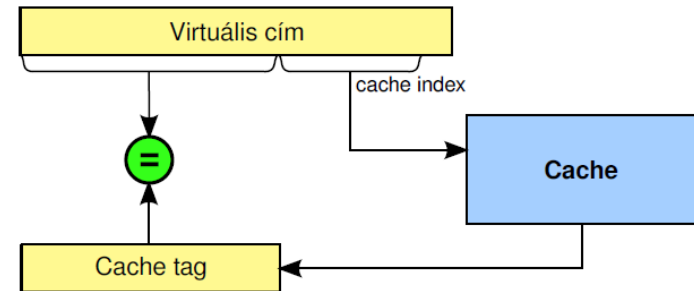


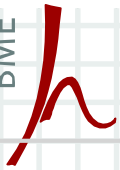
Fizikai/virtuális index/tag

Fizikai index és tag:



Virtuális index és tag:





2. Feladat

Vegyünk egy 32 kB méretű cache-t 64 byte-os blokkmérettel. A CPU rendelkezzen 32 bites fizikai, 48 bites virtuális címekkel. 4-utas asszociatív szervezés mellett hány darab és hány bites összehasonlítást kell végezni egy keresés során, ha

- Fizikailag indexelt cache-t használunk, fizikai tag-ekkel
- Virtuálisan indexelt cache-t használunk, virtuális tag-ekkel

$$S_{\text{blokk}} = 64\text{B} = 2^6 \rightarrow L_{\text{offset}} = 6\text{b}$$

$$N_{\text{blokk}} = S_{\text{cache}} / S_{\text{blokk}} = 512 = 2^9$$

4 utas cache $\rightarrow$ minden indexhez 4 blokk:

$$N_{\text{index}} = N_{\text{blokk}} / 4 = 2^7 \rightarrow L_{\text{ind}} = 7\text{b}$$

$$S_{\text{cache}} = 32\text{kB}$$

$$S_{\text{blokk}} = 64\text{B}$$

$$L_{\text{fiz}} = 32\text{b}$$

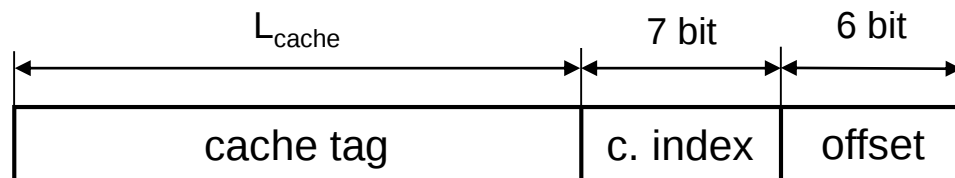
$$L_{\text{virt}} = 48\text{b}$$

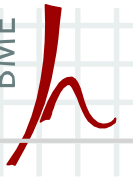
$$L_{\text{offset}} = 6\text{b}$$

$$N_{\text{blokk}} = 512 = 2^9$$

$$N_{\text{index}} = 2^7$$

$$L_{\text{ind}} = 7\text{b}$$





2. Feladat megoldása

Hány darab és hány bites összehasonlítást kell végezni egy keresés során, ha

a) Fizikailag indexelt cache-t használunk, fizikai tag-ekkel

$$L_{\text{cache,fiz}} = L_{\text{fiz}} - L_{\text{offset}} - L_{\text{ind}} = 32 - 6 - 7 = 19\text{b}$$

4 darab 19 bites összehasonlítás (4 utas asszociatív)

b) Virtuálisan indexelt cache-t használunk, virtuális tag-ekkel

$$L_{\text{cache,virt}} = L_{\text{virt}} - L_{\text{offset}} - L_{\text{ind}} = 48 - 6 - 7 = 35\text{b}$$

4 darab 35 bites összehasonlítás

$$S_{\text{cache}} = 32\text{kB}$$

$$S_{\text{blokk}} = 64\text{B}$$

$$L_{\text{fiz}} = 32\text{b}$$

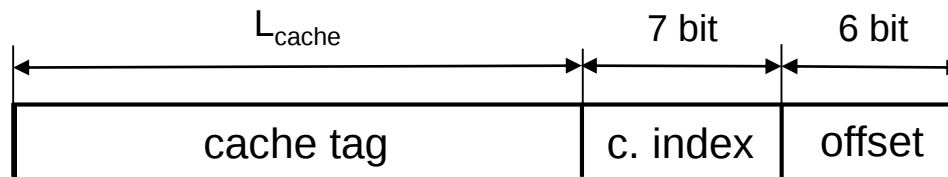
$$L_{\text{virt}} = 48\text{b}$$

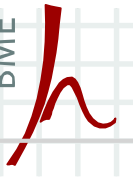
$$N_{\text{blokk}} = 512 = 2^9$$

$$N_{\text{index}} = 2^7$$

$$L_{\text{offset}} = 6\text{b}$$

$$L_{\text{ind}} = 7\text{b}$$





3. Feladat

Vegyünk egy 512 byte méretű cache-t 64 byte-os blokkmérettel. A cache fizikai címeket használ mind az indexeléshez, mind a tag-ekhez. A fizikai címek 16 bit szélesek. Egy program az alábbi memóriacímekről olvas (ebben a sorrendben):

- 13, 136, 490, 541, 670, 74, 581, 980

a) Adja meg a fenti címekhez tartozó "tag", "index" és "eltolás" mezőket

- teljesen asszociatív szervezés
- direkt leképzés
- két utas asszociatív szervezés

esetén.

b) Adja meg a cache végső tartalmát (blokkszámokkal) mind a 3 esetben, LRU algoritmus mellett! (A cache kezdetben csupa érvénytelen blokkot tartalmaz)

$$N_{\text{blokk}} = S_{\text{cache}} / S_{\text{blokk}} = 8$$

$$S_{\text{blokk}} = 64\text{B} = 2^6 \rightarrow L_{\text{offset}} = 6\text{b}$$

$$S_{\text{cache}} = 512\text{B}$$

$$S_{\text{blokk}} = 64\text{B}$$

$$L_{\text{fiz}} = 16\text{b}$$

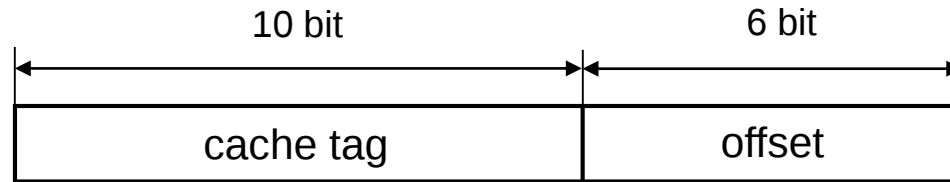
$$N_{\text{blokk}} = 8$$

$$L_{\text{offset}} = 6\text{b}$$

Kérések: 13, 136,
490, 541, 670, 74,
581, 980

3. Feladat - címtagozódás

Teljesen asszociatív szervezés:



$$S_{\text{cache}} = 512\text{B}$$

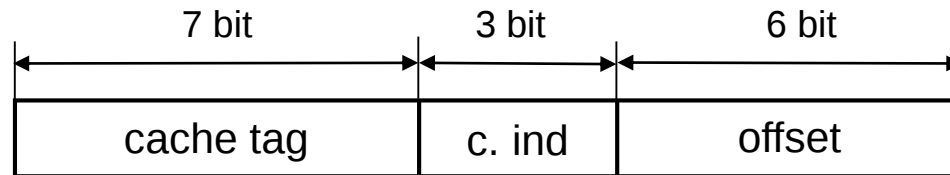
$$S_{\text{blokk}} = 64\text{B}$$

$$L_{\text{fiz}} = 16\text{b}$$

$$N_{\text{blokk}} = 8$$

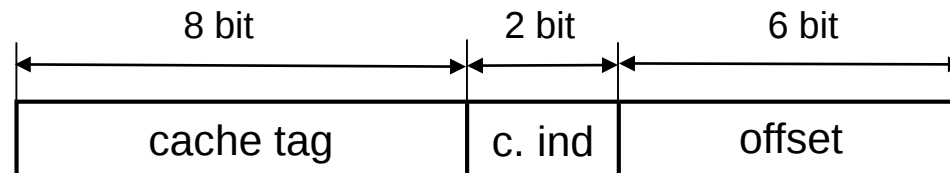
$$L_{\text{offset}} = 6\text{b}$$

Direkt leképezés:



Kérések: 13, 136,
490, 541, 670, 74,
581, 980

2-utas asszociatív szervezés:



3. Feladat– tag/index/offset számítás

Pl. direkt leképzés, 670-es kérés

Eltolás (offset): utolsó 6 bit

- $2^6 = 64$ -gyel való osztási maradék
- $670 \% 64 (= 670 \bmod 64) = 30$

Blokk szám: minden, kivéve utolsó 6 bit

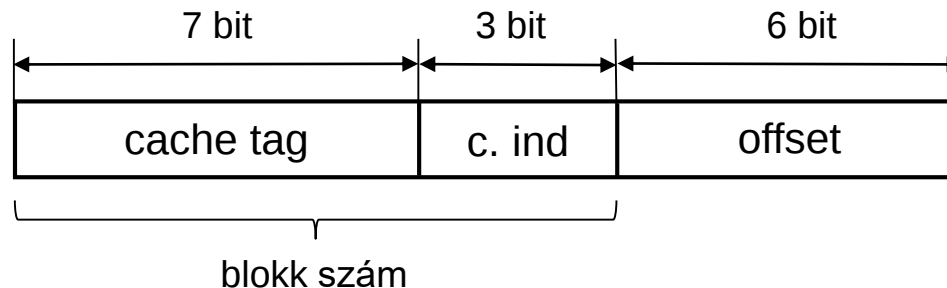
- $2^6 = 64$ -gyel osztás egészrésze
- $[670 / 64] = 10$

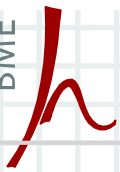
Cache index: blokk szám utolsó 3 bit

- $2^3 = 8$ -cal való osztási maradéka
- $10 \% 8 = 2$

Cache tag: blokk szám, kivéve 3 bit

- $2^3 = 8$ -cal osztás egészrésze
- $[10 / 8] = 1$





3/a. Feladat – asszociatív

a) Adja meg a fenti címekhez tartozó "tag", "index" és "eltolás" mezőket teljesen asszociatív szervezés esetén

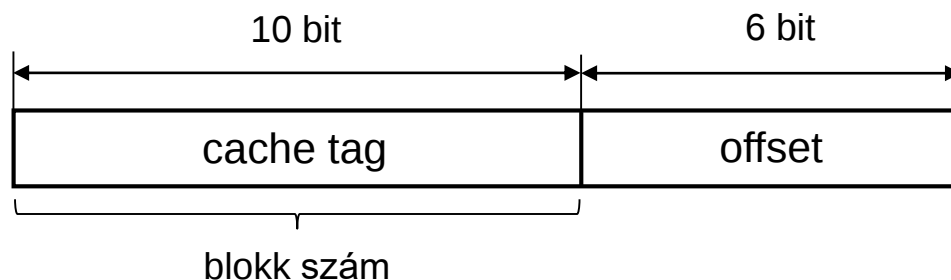
	13	136	490	541	670	74	581	980
offset								
assz. tag								
dir. tag								
dir. ind.								
2-utas tag								
2-utas ind								

$$\begin{aligned}
 13 &= 0 * 64 + 13 \\
 136 &= 2 * 64 + 8 \\
 490 &= 7 * 64 + 42 \\
 541 &= 8 * 64 + 19 \\
 670 &= 10 * 64 + 30 \\
 74 &= 1 * 64 + 10 \\
 581 &= 9 * 64 + 30 \\
 980 &= 15 * 64 + 20
 \end{aligned}$$

$$\text{offset} = x \% 64 \text{ (} x \bmod 64 \text{)}$$

$$\text{assz. tag} = \lfloor x / 64 \rfloor$$

$$\text{blokk szám} = \text{assz. tag}$$





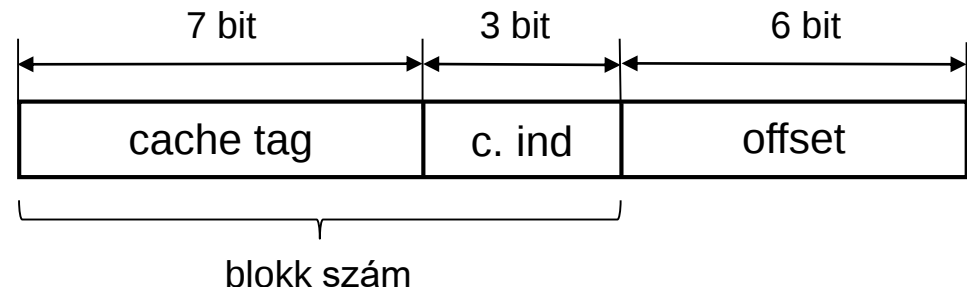
3/a. Feladat – direkt

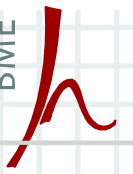
a) Adja meg a fenti címekhez tartozó "tag", "index" és "eltolás" mezőket direkt leképzés esetén

	13	136	490	541	670	74	581	980
offset	13	8	42	19	30	10	5	20
assz. tag	0	2	7	8	10	1	9	15
dir. tag								
dir. ind.								
2-utas tag								
2-utas ind								

$$\begin{aligned}
 13 &= 0 * 64 + 13 \\
 136 &= 2 * 64 + 8 \\
 490 &= 7 * 64 + 42 \\
 541 &= 8 * 64 + 19 \\
 670 &= 10 * 64 + 30 \\
 74 &= 1 * 64 + 10 \\
 581 &= 9 * 64 + 30 \\
 980 &= 15 * 64 + 20
 \end{aligned}$$

direkt tag = [blokk szám / 8]
 direkt ind. = blokk szám % 8





3/a. Feladat – 2 utas

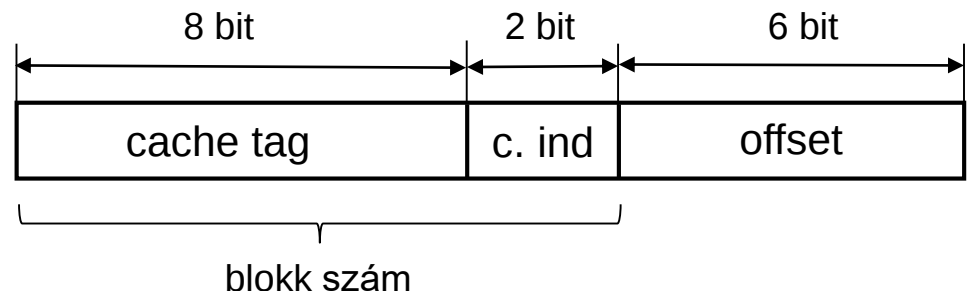
a) Adja meg a fenti címekhez tartozó "tag", "index" és "eltolás" mezőket 2-utas asszociatív szervezés esetén

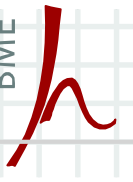
	13	136	490	541	670	74	581	980
offset	13	8	42	19	30	10	5	20
assz. tag	0	2	7	8	10	1	9	15
dir. tag	0	0	0	1	1	0	1	1
dir. ind.	0	2	7	0	2	1	1	7
2-utas tag								
2-utas ind								

$$\begin{aligned}
 13 &= 0 * 64 + 13 \\
 136 &= 2 * 64 + 8 \\
 490 &= 7 * 64 + 42 \\
 541 &= 8 * 64 + 19 \\
 670 &= 10 * 64 + 30 \\
 74 &= 1 * 64 + 10 \\
 581 &= 9 * 64 + 5 \\
 980 &= 15 * 64 + 20
 \end{aligned}$$

$$2\text{-utas tag} = [\text{blokk szám} / 4]$$

$$2\text{-utas ind.} = \text{blokk szám} \% 4$$





3/b. Feladat – asszociatív

b) Adja meg a cache végső tartalmát (blokkszámokkal) mind a 3 esetben, LRU algoritmus mellett!

	13	136	490	541	670	74	581	980
assz. tag	0	2	7	8	10	1	9	15

Teljesen asszociatív:

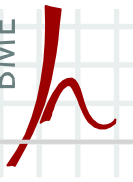
8 blokk, pont 8 kérés → minden cache blokkba épp kerül valami

V	Tag	Tartalom
1	0	0. blokk

V	Tag	Tartalom
1	2	2. blokk

...

V	Tag	Tartalom
1	15	15. blokk

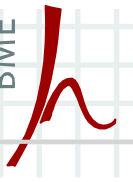


3/b. Feladat – direkt

b) Adja meg a cache végső tartalmát (blokkszámokkal) mind a 3 esetben, LRU algoritmus mellett!

	13	136	490	541	670	74	581	980
assz. tag	0	2	7	8	10	1	9	15
dir. tag	0	0	0	1	1	0	1	1
dir. ind.	0	2	7	0	2	1	1	7

	V	Tag	Tartalom
0:			
1:			
2:			
3:			
4:			
5:			
6:			
7:			



3/b. Feladat – 2 utas

b) Adja meg a cache végső tartalmát (blokkszámokkal) mind a 3 esetben, LRU algoritmus mellett!

	13	136	490	541	670	74	581	980
assz. tag	0	2	7	8	10	1	9	15
2-utas tag	0	0	1	2	2	0	2	3
2-utas ind	0	2	3	0	2	1	1	3

	V	Tag	Tartalom
0:			
1:			
2:			
3:			

	V	Tag	Tartalom
			:

4. Feladat

Vegyünk egy 1 kB méretű cache-t 64 byte-os blokkmérettel. A cache kezdetben csupa érvénytelen blokkot tartalmaz.

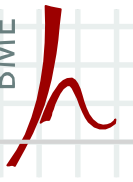
Lefuttatjuk az alábbi programot:

$$\begin{aligned} S_{\text{cache}} &= 1\text{kB} \\ S_{\text{blokk}} &= 64\text{B} \\ S_{\text{int}} &= 2\text{B} \end{aligned}$$

```
short int t[32][32];  
int sum = 0;  
for (int i=0; i<32; i++)  
    for (int j=0; j<32; j++)  
        sum += t[i][j];
```

Feltételezések: a short int 2 byte-os, a t tömb blokkhatáron kezdődik, a két dimenziós tömb a memóriában sor-folytonosan helyezkedik el, a cache direkt leképzést használ. Az i,j változó regiszterekben van tárolva, a cache-t nem terhelik.

- a) Hány cache hibát vált ki a fenti algoritmus? Számolja ki a cache hiba-arányt!
- b) Hány cache hibát vált ki a fenti algoritmus, ha megcseréljük a két ciklust? Számolja ki a cache hiba-arányt!
- c) Mekkora cache-re lenne szükség, hogy a megcserélt for ciklusokkal is ugyanolyan hibaarányt kapjunk, mint az eredeti algoritmussal?



4/a. Feladat

a) Hány cache hibát vált ki a fenti algoritmus? Számolja ki a cache hibaarányt!

$$S_{\text{cache}} = 1\text{kB}$$

$$S_{\text{blokk}} = 64\text{B}$$

$$S_{\text{int}} = 2\text{B}$$

```
short int t[32][32];  
int sum = 0;  
for (int i=0; i<32; i++)  
    for (int j=0; j<32; j++)  
        sum += t[i][j];
```

Pont egy $t[i][0:31]$ sor fér bele egy cache blokkba ($S_{\text{blokk}} / S_{\text{int}} = 32$).

$N_{\text{blokk}} = S_{\text{blokk}} / S_{\text{cache}} = 16$ blokk fér a cache-be

```
sum += t[0][0]; // t[0][0:31] behozása
```

```
sum += t[0][1];
```

```
...
```

```
sum += t[1][0]; // t[1][0:31] behozása
```

```
sum += t[1][1];
```

```
...
```

```
sum += t[31][0]; // t[31][0:31] behozása
```

```
...
```

4/a. Feladat

a) Hány cache hibát vált ki a fenti algoritmus? Számolja ki a cache hiba-arányt!

```
sum += t[0][0]; // t[0][0:31] behozása
```

```
sum += t[0][1];
```

```
...
```

```
sum += t[1][0]; // t[1][0:31] behozása
```

```
sum += t[1][1];
```

```
...
```

```
sum += t[31][0]; // t[31][0:31] behozása
```

```
...
```

A $t[i][0]$ hozzáadása mindig cache hibával jár a többi művelet nem.

→ 32 sor = 32 cache hiba

→ A cache hiba-arány $1/32 = 3,125\%$



4/b. Feladat

b) Hány cache hibát vált ki a fenti algoritmus, ha megcseréljük a két ciklust? Számolja ki a cache hiba-arányt!

```

short int t[32][32];
int sum = 0;
for (int j=0; j<32; j++)
    for (int i=0; i<32; i++)
        sum += t[i][j];

sum += t[0][0]; // t[0][0:31] behoz
sum += t[1][0]; // t[1][0:31] behoz
...
sum += t[15][0]; // t[15][0:31] behoz - cache megtelt
sum += t[16][0]; // t[16][0:31] be - t[0][0:31] ki
...
sum += t[31][0]; // t[31][0:31] be - t[15][0:31] ki
sum += t[0][1]; // t[0][0:31] már nincs benn (lásd ábra)

```

$N_{\text{blokk}} = 16$

0:	t[16][0:31]
1:	t[17][0:31]
2:	t[18][0:31]
3:	t[19][0:31]
4:	t[20][0:31]
5:	t[21][0:31]
6:	t[22][0:31]
7:	t[23][0:31]
8:	t[24][0:31]
9:	t[25][0:31]
10:	t[26][0:31]
11:	t[27][0:31]
12:	t[28][0:31]
13:	t[29][0:31]
14:	t[30][0:31]
15:	t[31][0:31]

4/b. Feladat

b) Hány cache hibát vált ki a fenti algoritmus, ha megcseréljük a két ciklust? Számolja ki a cache hiba-arányt!

```
short int t[32][32];  
int sum = 0;  
for (int j=0; j<32; j++)  
    for (int i=0; i<32; i++)  
        sum += t[i][j];
```

Minden egyes összeadás cache hibát okoz

→ $32 * 32 = 1024$ cache hiba

→ 100% hibaarány

4/c. Feladat

c) Mekkora cache-re lenne szükség, hogy a megcserélt for ciklusokkal is ugyanolyan hibaarányt kapjunk, mint az eredeti algoritmussal?

$$S_{\text{cache}} = 1\text{kB}$$

$$S_{\text{blokk}} = 64\text{B}$$

$$S_{\text{int}} = 2\text{B}$$

Ugyanolyan hibaarány, ha csak egyszer kell behozni minden cache blokkot (ez a minimum)

→ A teljes tömb befér a cache-be

A tömb mérete:

$32 * 32 * S_{\text{int}} = 2\text{kB}$, ekkora cache-re lenne szükség