# Fontosság mértékek

## 1 Bevezető

A rendszer minden eleméhez hozzárendelünk egy bináris változót, amely meghatározza annak állapotát (feltételezve, hogy az elemek kétállapotúak): $X_i(t) = 1$ ha az $i$. elem a $t$ időpontban működőképes, míg $X_i(t) = 0$, ha nem. Így az $n$ elemű rendszer állapota leírható az $\boldsymbol{X(t)} = [X_1(t), ..., X_n(t)]$ vektor segítségével, a lehetséges állapotok száma $2^n$. Hasonlóképp a rendszer egészének állapotához is hozzárendelhetünk egy bináris változót:

$$\Phi(\boldsymbol{X}(t)) = 1,$$

akkor és csak akkor, ha a rendszer működőképes (azaz $\boldsymbol{X}(t) \in U$), és

$$\Phi(\boldsymbol{X}(t)) = 0,$$

akkor és csak akkor, ha a rendszer rossz (azaz $\boldsymbol{X}(t) \in D$). $\Phi(\boldsymbol{X}(t))$ az úgynevezett *struktúra függvény*, amely a rendszer állapotait a $\{0, 1\}$ halmazra képezi le. A struktúrafüggvényt koherensnek nevezzük, ha igaz rá a következő három tulajdonság:

- $\Phi(0, 0, ..., 0) = 0$, azaz, ha a rendszer minden eleme rossz, a rendszer nem működőképes,
- $\Phi(1, 1, ..., 1) = 1$, azaz, ha a rendszer minden eleme jó, a rendszer működőképes,
- $\Phi(\boldsymbol{x}) \leq \Phi(\boldsymbol{y})$ feltéve, hogy $x_i \leq y_i, i = 1, ..., n$, ami azt jelenti, hogy valamely elem meghibásodása nem javíthat a rendszer állapotán.

Jelölje $r_i(t)$ annak valószínűségét, hogy az $i$. elem a $t$ időpontban működőképes, azaz

$$r_i(t) = Pr(X_i(t) = 1),$$

az ezen elemekből alkotott vektor: $\boldsymbol{r}(t)$. Feltételezve, hogy az előzőkben definiált valószínűségek függetlenek, jelölje $g(\boldsymbol{r}(t))$ azt a függvényt, amely kapcsolatot teremt $\boldsymbol{r}(t)$ és azon valószínűség között, hogy a rendszer egésze működőképes, azaz

$$g(\boldsymbol{r}(t)) = P(\Phi(\boldsymbol{X}(t)) = 1).$$

Tisztán soros, $n$ elemű rendszer esetén:

$$\Phi(\boldsymbol{X}(t)) = \Phi(X_1(t), ..., X_n(t)) = \bigcap_{i=1}^{n} X_i(t),$$

$$g(\boldsymbol{r}(t)) = g(r_1(t), ..., r_n(t)) = \prod_{i=1}^{n} r_i(t),$$

míg tisztán párhuzamos rendszert feltételezve:

$$\Phi(\boldsymbol{X}(t)) = \Phi(X_1(t), ..., X_n(t)) = \bigcup_{i=1}^{n} X_i(t),$$

$$g(\boldsymbol{r}(t)) = g(r_1(t), ..., r_n(t)) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - r_i(t)).$$

Természetesen a rendszer egészének állapota az esetek túlnyomó részében nem ilyen egyszerű függvénye az elemek állapotát leíró vektornak.

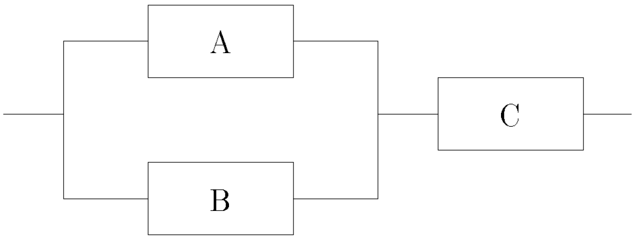
# 2 Struktúrális fontosság

Az egyes alkotórészek fontossága azon alapul, hogy milyen szerepet töltenek be a rendszer struktúrájában. Az $i$. elem struktúrális fontossága a következő képlettel definiált:

$$I_i^S = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{\boldsymbol{X}, X_i \text{kötött}} (\Phi(1_i, \boldsymbol{X}) - \Phi(0_i, \boldsymbol{X})),$$

ahol

$$(0_i, \boldsymbol{X}) = (X_1, ..., X_{i-1}, 0, X_{i+1}, ..., X_n),$$




1. Ábra: Egyszerű rendszer

$$(1_i, \boldsymbol{X}) = (X_1, ..., X_{i-1}, 1, X_{i+1}, ..., X_n),$$

és $\Phi(\boldsymbol{X}(t))$ a rendszer struktúra függvénye. Megkötve a rendszer egy elemének állapotát a fennmaradó lehetséges állapotok száma $2^{n-1}$, a képletben szereplő összegzést ezekre kell elvégezni.

Az $i$. elem kritikus egy adott rendszerállapotban a rendszer szempontjából, ha

$$\Phi(1_i, \boldsymbol{X}) = 1,$$

és

$$\Phi(0_i, \boldsymbol{X}) = 0,$$

azaz

$$\Phi(1_i, \boldsymbol{X}) - \Phi(0_i, \boldsymbol{X}) = 1,$$

amely különbség, feltételezve, hogy a struktúra függvény koherens, 0 vagy 1. Tehát a struktúrális fontosság mérték éppen azt adja, hogy a rendszer állapotainak hányad részében kritikus az adott elem.

A 1. ábrán látható egyszerű struktúrájú rendszer segítségével fogjuk szemléltetni az egyes fontosság mértékek meghatározását. A rendszert jellemző függvények:

$$\Phi(\boldsymbol{X}(t)) = \Phi(X_A(t), X_B(t), X_C(t)) = (X_A(t) \bigcup X_B(t)) \bigcap X_C(t),$$

$$g(\boldsymbol{r}(t)) = g(r_A(t), r_B(t), r_C(t)) = [1 - (1 - r_A(t))(1 - r_B(t))]\, r_C(t),$$

az egyes elemek stukturális fontossága pedig:

$$I_A^S = \frac{1}{2^2}(\Phi(1,0,0) - \Phi(0,0,0) + \Phi(1,0,1) - \Phi(0,0,1) +$$

$$\Phi(1,1,0)-\Phi(0,1,0)+\Phi(1,1,1)-\Phi(0,1,1))=\frac{1}{4},$$

$$I_B^S=I_A^S=\frac{1}{4},$$

$$I_C^S=\frac{3}{4}.$$

Ami a várakozásainknak megfelelő eredmény, hiszen a C elem állapota, amely sorba van kötve a rendszerben, erősebben befolyásolja a rendszer egészének állapotát, mint az A és B elemek.

# 3 Birnbaum-féle fontosság mérték

A rendszer struktúra függvénye kifejezhető a következő módon:

$$\Phi(\boldsymbol{X}(t))=X_i(t)\Phi(1_i,\boldsymbol{X}(t))+(1-X_i(t))\Phi(0_i,\boldsymbol{X}(t)),$$

amely egyenlőség könnyen ellenőrízhető egyszerű behelyettesítéssel:

$$\Phi(0_i,\boldsymbol{X}(t))=(0)\Phi(1_i,\boldsymbol{X}(t))+(1-0)\Phi(0_i,\boldsymbol{X}(t)),$$

$$\Phi(1_i,\boldsymbol{X}(t))=(1)\Phi(1_i,\boldsymbol{X}(t))+(1-1)\Phi(0_i,\boldsymbol{X}(t)).$$

Ha az egyenlőség mindkét oldalán várhatóérték-képzést végzünk kapjuk a következőt:

$$E(\Phi(\boldsymbol{X}(t)))=E(X_i(t))E(\Phi(1_i,\boldsymbol{X}(t)))+(1-E(X_i(t)))E(\Phi(0_i,\boldsymbol{X}(t))), \quad (1)$$

ahol a szorzatok várható értéke azért egyenlő a várható értékek szorzatával, mert az egyes elemek állapotai függetlenek egymástól. Felhasználva, hogy

$$E(\Phi(\boldsymbol{X}(t)))=(0)Pr(\Phi(\boldsymbol{X}(t))=0)+(1)Pr(\Phi(\boldsymbol{X}(t))=1)=g(\boldsymbol{r}(t)),$$

$$E(X_i(t))=(0)Pr(X_i(t)=0)+(1)Pr(X_i(t)=1)=r_i(t),$$

(1) a következő alakba írható:

$$g(\boldsymbol{r}(t))=r_i(t)g(1_i,\boldsymbol{r}(t))+(1-r_i(t))g(0_i,\boldsymbol{r}(t)). \quad (2)$$

Az $i$. alapelem fontosságának Birnbaum-féle mértéke az egész rendszer működésének valószínűsége parciálisan deriválva az $i$. alapelem működésének valószínűsége szerint, azaz

$$I_i^B(\boldsymbol{r}(t)) = \frac{\partial Pr(\Phi(\boldsymbol{X}(t)) = 1)}{\partial Pr(X_i(t) = 1)} = \frac{\partial g(\boldsymbol{r}(t))}{\partial r_i(t)}, \tag{3}$$

ami a (2) egyenlőség felhasználásával a következő egyszerű formába írható:

$$I_i^B(\boldsymbol{r}(t)) = g(1_i, \boldsymbol{r}(t)) - g(0_i, \boldsymbol{r}(t)).$$

Míg a struktúrális fontosság nem függ $\boldsymbol{r}(t)$-től, látható, hogy a Birnbaum mérték az egyes elemekhez időtől függő számot rendel hozzá. Valamely elem fontossága függ attól, hogy az adott pillanatban a többi elem milyen valószínűséggel jó vagy rossz. Például, ha egy tisztán soros rendszerben egy adott időpontban valamely elem biztosan (1 valószínűséggel) rossz, a többi elem Birnbaum-féle fontosság mértéke abban a pillanatban 0, mutatva, hogy ezen elemek állapotától függetlenül a rendszer hibás. Ugyanebben a rendszerben minden elem struktúrális fontossága azonos.

Számítsuk ki a 1. ábrán látható rendszer elemeinek Birnbaum-féle fontosságát!

$$I_A^B(\boldsymbol{r}(t)) = I_A^B(r_A(t), r_B(t), r_C(t)) = g(1, r_B(t), r_C(t)) - g(0, r_B(t), r_C(t)) =$$

$$r_C(t) - (1 - (1 - r_B(t)))r_C(t) = (1 - r_B(t))r_C(t),$$

$$I_B^B(\boldsymbol{r}(t)) = (1 - r_A(t))r_C(t),$$

$$I_C^B(\boldsymbol{r}(t)) = 1 - (1 - r_A(t))(1 - r_B(t)).$$

# 4 Kritikusság mérték

Valamely elem Birnbaum-féle fontossága $t$ időpontban nem függ attól, hogy az elem az adott pillanatban milyen valószínűséggel hibás. A következőkben bevezetésre kerülő két mérték ezt a hiányosságot pótolja. Az első ezek közül az adott elem valamint a rendszer működőképességének, míg a második ezek működésképtelenségének valószínűségét használja (erre utal a felső indexben szereplő $R$ illetve $Q$ betű, ezek után a kétféle kritikusság mérték megkülönböztetése érdekében R-kritikusságról, illetve Q-kritikusságról fogunk beszélni).

Az $i$. elem kétféle kritikusság mértéke:

$$I_i^{CR}(\boldsymbol{r}(t)) = I_i^B(\boldsymbol{r}(t))\frac{r_i(t)}{g(\boldsymbol{r}(t))} = \frac{(g(1_i,\boldsymbol{r}(t)) - g(0_i,\boldsymbol{r}(t)))r_i(t)}{g(\boldsymbol{r}(t))},$$

$$I_i^{CQ}(\boldsymbol{r}(t)) = I_i^B(\boldsymbol{r}(t))\frac{q_i(t)}{1-g(\boldsymbol{r}(t))} = I_i^B(\boldsymbol{r}(t))\frac{1-r_i(t)}{1-g(\boldsymbol{r}(t))} =$$

$$\frac{(g(1_i,\boldsymbol{r}(t)) - g(0_i,\boldsymbol{r}(t)))(1-r_i(t))}{1-g(\boldsymbol{r}(t))},$$

ahol $q_i(t)$ jelöli annak a valószínűségét, hogy az $i$. elem nem működőképes a $t$ időpontban (azaz $q_i(t) = 1 - r_i(t)$).

Példánk esetében az elemek R-kritikussága:

$$I_A^{CR}(\boldsymbol{r}(t)) = \frac{[g(1,r_B(t),r_C(t)) - g(0,r_B(t),r_C(t))]\,r_A(t)}{g(r_A(t),r_B(t),r_C(t))} =$$

$$\frac{(1-r_B(t))r_A(t)r_C(t)}{(1-(1-r_A(t))(1-r_B(t)))r_C(t)} = \frac{(1-r_B(t))r_A(t)}{1-(1-r_A(t))(1-r_B(t))},$$

$$I_B^{CR}(\boldsymbol{r}(t)) = \frac{(1-r_A(t))r_B(t)}{1-(1-r_A(t))(1-r_B(t))},$$

$$I_C^{CR}(\boldsymbol{r}(t)) = \frac{(1-(1-r_A(t))(1-r_B(t)))r_C(t)}{(1-(1-r_A(t))(1-r_B(t)))r_C(t)} = 1.$$

Amelyből látszik, hogy a C elem R-kritikussága független az időtől. Az R-kritikusság mérték értéke 1 minden olyan elemre, amelynek meghibásodása feltételenül a rendszer egészének működésképtelenségéhez vezet.

A rendszer másik két elemén bemutatható, hogy R-kritikusságuk mértéke hogyan változik annak függvényében, hogy az elemek maguk mennyire megbízhatóan működnek. Feltéve, hogy

$$r_A(t) = 0.5,$$

$$r_B(t) = 0.9,$$

az A és B elemek kritikussága:

$$I_A^{CR}(\boldsymbol{r}(t)) = \frac{9}{11},$$

$$I_B^{CR}(\boldsymbol{r}(t)) = \frac{1}{11}.$$

Ha valamely elem nagy megbízhatóságú, akkor ennek R-kritikusság mértéke kisebb lesz, mint a rendszer struktúrájában azonos szerepet betöltő kisebb megbízhatóságú társáé. Az elemek ilyenfajta megkülönböztetése azért is jogos, mert általában igaz az, hogy nagy megbízhatóságú elemet jobbá tenni költségesebb feladat, mint a kis megbízhatóságú elemek javítása.

A példa elemeinek Q-kritikussága:

$$I_A^{CQ}(\boldsymbol{r}(t)) = \frac{[g(1, r_B(t), r_C(t)) - g(0, r_B(t), r_C(t))]\, q_A(t)}{1 - g(r_A(t), r_B(t), r_C(t))} =$$

$$\frac{(1 - r_B(t)) r_C(t)(1 - r_A(t))}{1 - (1 - (1 - r_A(t))(1 - r_B(t))) r_C(t)},$$

$$I_B^{CQ}(\boldsymbol{r}(t)) = \frac{(1 - r_A(t)) r_C(t)(1 - r_B(t))}{1 - (1 - (1 - r_A(t))(1 - r_B(t))) r_C(t)},$$

$$I_C^{CQ}(\boldsymbol{r}(t)) = \frac{(1 - (1 - r_A(t))(1 - r_B(t)))(1 - r_C(t))}{1 - (1 - (1 - r_A(t))(1 - r_B(t))) r_C(t)}.$$

Bármilyen legyen is az A és B elemek megbízhatósága, az előzőek szerint Q-kritikusságuk mértéke azonos. Ez a fajta mérték az egymással párhuzamosan elhelyezett elemekre nem ad megfelelő információt. Viszont ebben az esetben több információt kapunk a rendszer sorosan elhelyezett elemeiről, példánk esetében a C elemről. Feltéve, hogy a C elem 1 valószínűséggel jó, Q-kritikusságának mértéke 0 lesz. Lássunk két további példát! Feltéve, hogy

$$r_A(t) = r_B(t) = 0.9, r_C(t) = 0.5,$$

az elemek Q-kritikussága:

$$I_A^{CQ}(\boldsymbol{r}(t)) = I_B^{CQ}(\boldsymbol{r}(t)) = 0.01, I_C^{CQ}(\boldsymbol{r}(t)) = 0.98.$$

Ha a C elem nagyobb megbízhatóságú, legyen például

$$r_A(t) = r_B(t) = 0.9, r_C(t) = 0.9,$$

akkor

$$I_A^{CQ}(\boldsymbol{r}(t)) = I_B^{CQ}(\boldsymbol{r}(t)) = 0.08, I_C^{CQ}(\boldsymbol{r}(t)) = 0.91.$$

Amely eredmények azt mutatják, hogy annak ellenére, hogy a második esetben C megbízhatósága jobb, mégis még mindig ez az elem lesz nagy valószínűséggel felelős az előforduló hibákért.

## 5 Vesely-Fussel-féle fontosság mérték

Ezen mérték definiálásához ismernünk kell a minimális vágat fogalmát. A vágat a rendszer elemeinek olyan csoportja, amely minden elemének meghibásodása esetén a teljes rendszer meghibásodását okozza. A minimális vágat rendszer elemeinek egy olyan halmazát jelenti, amely nem csökkenthető oly módon, hogy a vágat tulajdonság megmaradjon.

Jelölje $\mathcal{C}_j$ a rendszer $j$. minimális vágatának elemeit tartalmazó halmazt, és $\mathcal{V}$ a minimálsi vágatok halmazát. Legyen

$$\Phi_i(\boldsymbol{X}(t)) = \bigcap_{j\in\mathcal{V}, i\in\mathcal{C}_j} \bigcup_{k\in\mathcal{C}_j} X_k(t),$$

és így $\Phi_i(\boldsymbol{X}(t)) = 1$, ha nincs olyan vágat, amely tartalmazza az $i$. elemet és minden tagja hibás. Valamint $\Phi_i(\boldsymbol{X}(t)) = 0$, ha van az $i$. elemet tartalmazó teljesen hibás vágat. Legyen továbbá

$$g_i(\boldsymbol{r}(t)) = Pr(\Phi_i(\boldsymbol{X}(t)) = 1).$$

A Vesely-Fussel-féle fontosság mérték az előzőek felhasználásával a következő:

$$I_i^{VF} = \frac{1 - g_i(\boldsymbol{r}(t))}{1 - g(\boldsymbol{r}(t))},$$

amely hányados számlálójában az a valószínűség áll, hogy valamely az $i$. elemet tartalmazó vágat minden tagja működésképtelen, nevezőjében annak a valószínűsége, hogy a rendszer egésze hibás.

Egyszerű példánk esetében a minimális vágatok az $\{A, B\}$, $\{C\}$ halmazok. Az elemek Vesely-Fussel fontossága:

$$I_A^{VF}(t) = \frac{1 - g_A(\boldsymbol{r}(t))}{1 - g(\boldsymbol{r}(t))} = \frac{(1 - r_A(t))(1 - r_B(t))}{1 - (1 - (1 - r_A(t))(1 - r_B(t)))r_C(t)},$$

$$I_B^{VF}(t) = I_A^{VF}(t),$$

$$I_C^{VF}(t) = \frac{1 - g_C(\boldsymbol{r}(t))}{1 - g(\boldsymbol{r}(t))} = \frac{(1 - r_C(t))}{1 - (1 - (1 - r_A(t))(1 - r_B(t)))r_C(t)}.$$

A Vesely-Fussel-féle mérték az A és B elemekhez ugyanazt a számot rendeli hozzá. Általában is elmondható, hogy ez a mérték két olyan elemnek, melyek ugyanazokban a minimális vágatokban szerepelnek ugyanazt a fontosságot tulajdonítja, függetlenül az elemek megbízhatóságától.

# 6 Barlow-Proschan-féle fontosság mérték

Annak a valószínűsége, hogy az $i$. elem meghibásodik és a rendszer egészének hibáját okozza a $[t, t+\Delta t]$ időintervallumban

$$[(1-g(0_i, \boldsymbol{r}(t+\Delta t)) - (1-g(1_i, \boldsymbol{r}(t))]\,[(1-r_i(t+\Delta t)) - (1-r_i(t))]\,,$$

amely kifejezés első szögletes zárójelei közti különbség annak a valószínűsége, hogy feltételezve, hogy az $i$. elem jó az intervallum elején és rossz a végén, a rendszer az adott intervallumban válik működésképtelenné. A második szögletes zárójelben álló kifejezés pedig éppen az a valószínűség, hogy az $i$. elem az intervallumban elromlik. Az $(1-r_i(t))$ függvényt a $q_i(t)$ függvénnyel helyettesítve, és differenciát használva a kifejezés a következő alakba írható:

$$[g(1_i, \boldsymbol{r}(t)) - g(0_i, \boldsymbol{r}(t))]\,dq_i(t),$$

amit a $[0, u]$ intervallumon integrálva megkapjuk annak valószínűségét, hogy a rendszer meghibásodott az intervallumban és a hibát az $i$. elem okozta:

$$\int_0^u [g(1_i, \boldsymbol{r}(t)) - g(0_i, \boldsymbol{r}(t))]\,dq_i(t).$$

A rendszer egyes elemeinek Barlow-Proschan-féle fontosság mértéke az előzőek segítségével a következőképp definiált:

$$I_i^{BP}(u) = \frac{\displaystyle\int_0^u [g(1_i, \boldsymbol{r}(t)) - g(0_i, \boldsymbol{r}(t))]\,dq_i(t)}{\displaystyle\sum_{j=1}^n \int_0^u [g(1_j, \boldsymbol{r}(t)) - g(0_j, \boldsymbol{r}(t))]\,dq_j(t)},$$

ahol $n$ a rendszer elemeinek száma. A nevezőben az összegzés azt a valószínűséget adja, hogy a rendszer az adott időpontig meghibásodott, azaz

$$I_i^{BP}(u) = \frac{\displaystyle\int_0^u [g(1_i, \boldsymbol{r}(t)) - g(0_i, \boldsymbol{r}(t))]\,dq_i(t)}{1 - g(\boldsymbol{r}(t))}.$$

Legyen a példaként használt rendszer egyes elemeinek működőképességének valószínűsége valamely időpontban

$$r_A(t) = e^{-\lambda_A t},$$

$$r_B(t) = e^{-\lambda_B t},$$
$$r_C(t) = e^{-\lambda_C t},$$

azaz az elemek meghibásodási ideje exponenciális eloszlású különböző paraméterekkel. Az elemek Barlow-Proschan-féle fontossága ekkor a következő

$$I_A^{BP}(u) = \frac{\int_{t=0}^{u} e^{-\lambda_C t}(1 - e^{-\lambda_B t})\lambda_A e^{-\lambda_A} dt}{1 - g(\boldsymbol{r}(t))} =$$

$$\frac{\lambda_A \left[\frac{1-e^{-(\lambda_A+\lambda_C)t}}{\lambda_A+\lambda_C} - \frac{1-e^{-(\lambda_A+\lambda_B+\lambda_C)t}}{\lambda_A+\lambda_B+\lambda_C}\right]}{1 - \left[1 - (1 - e^{-\lambda_A t})(1 - e^{-\lambda_B t})\right] e^{-\lambda_C t}},$$

$$I_B^{BP}(u) = \frac{\int_{t=0}^{u} e^{-\lambda_C t}(1 - e^{-\lambda_A t})\lambda_B e^{-\lambda_B} dt}{1 - g(\boldsymbol{r}(t))} =$$

$$\frac{\lambda_B \left[\frac{1-e^{-(\lambda_B+\lambda_C)t}}{\lambda_B+\lambda_C} - \frac{1-e^{-(\lambda_A+\lambda_B+\lambda_C)t}}{\lambda_A+\lambda_B+\lambda_C}\right]}{1 - \left[1 - (1 - e^{-\lambda_A t})(1 - e^{-\lambda_B t})\right] e^{-\lambda_C t}},$$

$$I_C^{BP}(u) = \frac{\int_{t=0}^{u} (e^{-\lambda_A t} + e^{-\lambda_B t} - e^{-(\lambda_A+\lambda_B)t})\lambda_C e^{-\lambda_C} dt}{1 - g(\boldsymbol{r}(t))} =$$

$$\frac{\lambda_C \left[\frac{1-e^{-(\lambda_A+\lambda_C)t}}{\lambda_A+\lambda_C} + \frac{1-e^{-(\lambda_B+\lambda_C)t}}{\lambda_B+\lambda_C} - \frac{1-e^{-(\lambda_A+\lambda_B+\lambda_C)t}}{\lambda_A+\lambda_B+\lambda_C}\right]}{1 - \left[1 - (1 - e^{-\lambda_A t})(1 - e^{-\lambda_B t})\right] e^{-\lambda_C t}},$$

Legyen $\lambda_A = 1, \lambda_B = 2, \lambda_C = 1$, ezeket behelyettesítve:

$$I_A^{BP}(u) = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}e^{-4u} - \frac{1}{2}e^{-2u}}{1 + e^{-4u} - e^{-3u} - e^{-2u}},$$

$$I_B^{BP}(u) = \frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{2}e^{-4u} - \frac{2}{3}e^{-3u}}{1 + e^{-4u} - e^{-3u} - e^{-2u}},$$

$$I_C^{BP}(u) = \frac{\frac{7}{12} + \frac{1}{4}e^{-4u} - \frac{1}{3}e^{-3u} - \frac{1}{2}e^{-2u}}{1 + e^{-4u} - e^{-3u} - e^{-2u}},$$

Az egyes elemek Barlow-Proschan-féle fontossága a $t = 1$ időpontban:

$$I_A^{BP}(1) = 0.224331,$$

$$I_B^{BP}(1) = 0.171188,$$

$$I_C^{BP}(1) = 0.60448,$$

amely eredmény megadja, hogy feltételezve, hogy a rendszer rossz az adott időpontban, annak valószínűsége, hogy az $A$ elem okozta meghibásodást 0.224331.

A Barlow-Proschan-féle fontosság végtelenben vett határértéke megadja, hogy melyik elem mekkora valószínűséggel okozza a rendszer meghibásodását:

$$I_A^{BP}(\infty) = \frac{1}{4},$$

$$I_B^{BP}(\infty) = \frac{1}{6},$$

$$I_C^{BP}(\infty) = \frac{7}{12}.$$

Az eredmények mutatják, hogy a BP-féle fontosság mérték megtévesztő lehet. Példánk esetében az $A$ és $B$ elemek a rendszer struktúrájában azonos szerepet játszanak, az $A$ elem megbízhatósága nagyobb, mégis a $B$ elem fontossága kisebb. Ennek oka az, hogy ezen két elem közül az okozza nagyobb valószínűséggel a rendszer meghibásodását, amelyik később romlik el, és a nagyobb megbízhatóságú $A$ elem várhatóan később hibásodik meg, mint a $B$ elem.