3.2 A megbízhatóság mint véletlen folyamat

3.2.1 A megbízhatóság kvantitatív jellemzése

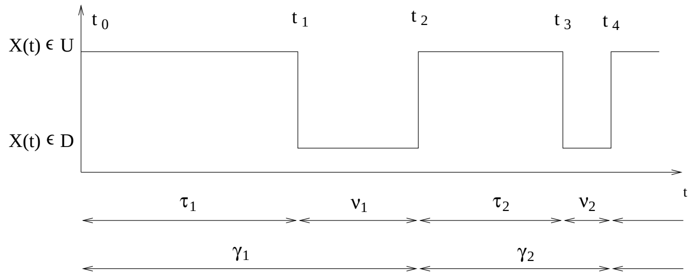
A megbízhatóságot formálisan úgy definiáljuk, hogy *a termék azon tulajdonsága, hogy előírt funkcióit, adott körülmények között teljesíti.* Ez az általános definició azonban nem köti meg, hogy a termék egyes funkcióinak milyen szintű elvárások mellett, milyen körülmények között kell megfelelni. A megbízhatósági elemzések eredménye (például, hogy egy termék megbízhatósága, azaz működőképességének valószínűsége 0,9999) semmit nem jelent amennyiben nem ismertek az adott megbízhatósági vizsgálat konkrét elvárásai és feltételei.

A megbízhatóság mennyiségi vizsgálata során egy általános megközelítést alkalmazunk, amely egyrészt lehetővé teszi, másrészt megköveteli hogy a konkrét műszaki feladatok esetén a termék tulajdonságainak megfelelően műszaki tartalommal töltsük meg az általános matematikai modelt.

A vizsgált termékek minőségét általában több (de véges számú) paraméter együttesen határozza meg. A rendszer paramétereinek lehetséges értékei által meghatározott többdimenziós teret $X(t) = \{X_i(t)\},\ \ i = 1, 2, \cdots, n$ két diszjunkt részre osztjuk. Az egyik térrészben találhatók azok a paraméter kombinációk, amelyek teljesítik az elvárásokat. Ezt a térrészt szokták *jó állapotcsoport*nak nevezni és $\boldsymbol{U}$-val (up) jelölik. A komplementer térrész a *hibás állapotcsoport* a követelményeket nem teljesítő paraméter kombinációkat tartalmazza és általában $\boldsymbol{D}$-vel (down) jelölik.

Ebben a fejezetben csak azt vizsgáljuk, hogy a termék egy tetszőlegesen adott időpillanatban eleget tesz-e a vele szemben támasztott követelményeknek, ha $X(t) \in U$, vagy nem tesz eleget, ha $X(t) \in D$, ahol $U \cup D$ az összes lehetséges megbízhatósági szempontból megkülönböztetett állapot, és $U \cap D = \emptyset$. A termékek meghibásodási folyamatát nem tudjuk pontosan (determinisztikusan) leírni, egyrészt a termékek meghibásodási folyamatának bonyolultsága miatt nincs elegendő információnk a belső hatásmechanizmusok pontos nyomonkövetésére, másrészt vannak olyan előre nem látható véletlennek tekinthető körülmények, amelyek nagymértékben befolyásolják a termékek működőképességét, mint például a termékek működtetésének környezeti feltételei (hőmérséklet, igénybevétel, hogy mennyit és hogyan használják a felhasználók a terméket, egyéb stressz hatások, mint például mechanikai stressz, rázás, nagy gyorsulás, ütközés, ...). Mindezek alapján a megbízhatóság kvantitatív analízise azon a feltevésen alapul, hogy az $X(t)$ folyamat egy véletlen - vagy más szóval sztochasztikus folyamat, és ezáltal a megbízhatósági elemzés a következő lépésekből áll:

- a fizikai rendszerekre vonatkozó ismeretek alapján azonosítjuk a rendszert jellemző sztochasztikus folyamat főbb tulajdonságait, azaz felállítjuk a rendszer-



3.2-1. ábra : A rendszerállapot időbeli változása

modellt: mit tekintünk vizsgálandó rendszernek, mit tekintünk elemeknek, hogyan függ a rendszer megbízhatósága az elemek megbízhatóságától, ..

- szintén fizikai vizsgálatok és megfontolások alapján mennyiségi jellemzőkkel leírjuk az elemek megbízhatóságának statisztikus jellemzőit (pl. eloszlásfüggvény),
- a rendszermodel és az elemek mennyiségi adatai alapán elvégezzük a sztochasztikus modell kvalitatív analízisét és meghatározzuk a szükséges rendszerjellemzőket.

A megbízhatósági elemzések közös kiinduló feltevése, hogy a rendszer a vizsgálat kezdetén, a $t = 0$ pillanatban megfelel az elvárásoknak, azaz $X(0) \in U$.

A fejezet hátralévő részében a megbízhatóság mennyiségi elemzésének felsorolt lépéseit tekintjük át. Először néhány további alapgondolatot ismertetünk, majd az az elemek, és egységek megbízhatósági jellemzésével foglalkozunk. Az követően, az elemek paramétereire építve határozzuk meg az adott logikai kapcsolatokkal felépített redundáns, nem javított rendszerek eredő megbízhatósági paramétereit.

3.2.2 A meghibásodási-javítási folyamat jellemzése

Egy tetszőleges meghibásodási-javítási folyamat esetén jelöljük az egymást követő $\boldsymbol{U}$ és $\boldsymbol{D}$ állapotcsoportok közti átlépések időpontjait $t_i, i = 0, 1, \cdots$-vel, ahol $t_0 = 0$.

Ekkor

- $t_0, t_2, t_4, \cdots, t_{2n}, \cdots$: az $n + 1$. működési időszakasz kezdete (véletlen változó)
- $t_1, t_3, \cdots, t_{2n-1}, \cdots$: az n. kiesési időszakasz kezdete, azaz n. meghibásodás időpontja (véletlen változó)
- $\tau_n = t_{2n-1} - t_{2n-2}$: az n. működési időszakasz hossza (véletlen változó)

- $\nu_n = t_{2n} - t_{2n-1}$: az n. kiesési időszakasz hossza (véletlen változó)
- $\gamma_n = \tau_n + \nu_n = t_{2n} - t_{2n-2}$: az n. működési-kiesési ciklus hossza (véletlen változó)
- $F_n(t) = Pr(\tau_n \leq t)$: az n. működési időszakasz hosszának *eloszlásfüggvénye*
- $G_n(t) = Pr(\nu_n \leq t)$: az n. javítási időszakasz hosszának *eloszlásfüggvénye*
- $H_n(t) = Pr(\gamma_n \leq t)$: az n. működési-javítási időszakasz hosszának *eloszlásfüggvénye*
- $f_n(t)$: az n. működési időszakasz hosszának *sűrűségfüggvénye*, (ha létezik)

$$f_n(t) = \frac{dF_n(t)}{dt}$$

(Általában létezik, mivel nincsenek kitüntetett meghibásodási időpontok)

- $g_n(t)$: az n. kiesési időszakasz hosszának *sűrűségfüggvénye,* (ha létezik)

$$g_n(t) = \frac{dG_n(t)}{dt}$$

(Sokszor nem létezik, mivel lehetnek megadott hosszúságú javítási időszakaszok)

- $h_n(t)$: az n. működési-kiesési időszakasz hosszának *sűrűségfüggvénye,* (ha létezik)

$$h_n(t) = f_n(t) \otimes g_n(t) = \int_0^t f_n(u) g_n(t-u) du$$

a két időszakasz sűrűségfüggvényeinek konvolúciója

A bevezetett jelölésekkel formálisan megadhatjuk a javított illetve a nem javított rendszerek definicióját:
Definició szerint

- nem javítottnak nevezzük azt a rendszert, amelyikben $0 < \tau_1 < \infty$ és $\nu_1 = \gamma_1 = \infty$; míg
- javítottnak nevezzük azt a rendszert, amelyikben minden $k = 1, 2, \cdots$ esetén $0 < \tau_k < \infty$, $0 < \nu_k < \infty$ és $0 < \gamma_k < \infty$.

E könyv korlátai között a következő alponttól eltekintve csak a nem javított rendszerek kerülnek tárgyalásra.

3.2.3 Javított rendszerek megbízhatósági paraméterei

A megbízhatósági elemzés során is, mint általában a sztochasztikus modelleket alkalmazó gyakorlati módszerekben a vizsgálatok végső célja nem a modell részletes kiértékelése, a benne szereplő véletlen változók eloszlásával, stb, hanem a valóságban alkalmazható néhány, általában egyszerű, például várható értékre, esetleg második momentumra vonatkozó modell paraméter meghatározása.

A javított rendszerek leggyakrabban alkalmazott megbízhatósági paraméterei a bevezetett jelölések alapján formálisan is definiálhatók:

- rendelkezésreállási valószínűség $d(t)$ (angolul dependability), annak valószínűsége, hogy egy vizsgált időpontban a rendszer jó: $d(t) = \mathbf{P}(X(t) \in U)$
- készenléti tényező (angolul availability), annak valószínűsége, hogy hosszú idejű működés után a rendszer jó: $K = \lim_{t\to\infty} d(t)$
- várható működési idő (Mean Up Time), a működési idő várható értéke hosszú idejű működés után: $MUT = \lim_{n\to\infty} \mathbf{E}(\tau_n)$
- várható kiesési idő (Mean Down Time), a kiesési idő várható értéke hosszú idejű működés után: $MDT = \lim_{n\to\infty} \mathbf{E}(\nu_n)$
- várható ciklusidő (Mean Cycle Time), a működési és kiesési ciklus idejének várható értéke hosszú idejű működés után: $MCT = \lim_{n\to\infty} \mathbf{E}(\gamma_n) = \mathbf{E}(\tau_n) + \mathbf{E}(\nu_n)$

3.2.4 Nem javított rendszerek megbízhatósági jellemzői

A nem javított rendszerek elemzésének egyetlen kérdése, hogy mikor hagyja el először a vizsgált rendszer az U állapotcsoportot. Ennek a véletlen mennyiségnek a jellemzésére vezették be az $r(t)$ függvényt, amit *hibamentes működés valószínűség*ének (vagy sokszor megbízhatóságnak; angol irodalmakban survivability, reliability) neveznek. Definició szerint

$$r(t) = \mathbf{P}(X(s) \in U, \ \ \forall 0 \ \leq \ s \ < \ t) \tag{3.2-1}$$

ami a nem javított rendszerekre

$$= \mathbf{P}(X(t) \in U) = \mathbf{P}(\tau_1 > t) = 1 - F(t) \tag{3.2-2}$$

ahol $F(t)$ az első működési időszakasz hosszának eloszlásfüggvénye.

$r(t)$ tulajdonságai a pozitív valószínűségi változók eloszlásfüggvényének tulajdonságaiból következően:

- $r(0) = 1$, ami azt jelenti, hogy kezdetben minden termék jó (a megbízhatóságban szokásos kezdeti feltétel alapján);
- $\lim_{t\to\infty} r(t) = 0$, vagyis egyszer minden termék meghibásodik
- $r(t)$ monoton fogyó, (sőt szigorúan monoton is, ha nincsenek garantáltan hibamentes időszakaszok)

A megbízhatósági vizsgálatokban sok esetben $r(t)$ mellett bevezetik annak komplementerét (a komplementer eseményhez) a hibás működéshez tartozó valószínűséget $q(t)$-t:

$$q(t) = \mathbf{P}(\exists s \leq t : X(s) \in D)$$

$q(t)$-t sokszor a *megbízhatatlanságnak* nevezik. A nem javított rendszerek definiciójából következően:

$$q(t) = \mathbf{P}(\exists s \leq t : X(s) \in D) = \mathbf{P}(X(t) \in D) = \mathbf{P}(\tau_1 \leq t) = F(t) \qquad (3.2\text{-}3)$$

$q(t)$ tulajdonságai a véges, pozitív eloszlásfüggvények megszokott tulajdonságai:

- $q(0) = 0$
- $\lim_{t\to\infty} q(t) = 1$
- $q(t)$ monoton fogyó

A nem javított rendszerekre a szokásos megbízhatósági jellemzők közül csak az első meghibásodás várható ideje bír jelentéssel, amit az angol elnevezés alapján (Mean Time to First Failure) $MTFF$-el jelölnek. Az $MTFF$ általában közvetlenül meghatározható $r(t)$ segítségével az alábbi összefüggés alapján:

$$MTFF = E(\tau_1) = \int_{t=0}^{\infty} t dF(t) \; = \; - \int_{t=0}^{\infty} t dr(t) \; = \; [r(t)\; t]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} r dt$$

amelyből, ha $\lim_{t\to\infty} t\; r(t) = 0$, akkor

$$MTFF = \int_0^{\infty} r(t) dt \qquad (3.2\text{-}4)$$

3.2.5 A meghibásodási tényező ($\lambda(t)$)

A redundáns rendszerek meghibásodási vizsgálatait rendszerint a vizsgált berendezés építő elemeinek adatai alapján végezzük. (Redundánsnak nevezzük azt a berendezést, amelyiknek van olyan építőeleme, aminek meghibásodása mellett a berendezés még teljesíti az elvárásokat.) Az építő elem természetesen adott vizsgálathoz rendelt relatív fogalom. Egyes megbízhatósági vizsgálatok rendszerei más vizsgálatok építőelemeiként szerepelhetnek. Például az elektronikai alkatrészek gyártói számára egy nagy bonyolultságú integrált áramkör megbízhatósága a vizsgált rendszerjellemző, míg az áramkörből berendezést gyártó számára ez az egyik felhasznált építőelem.

Az építőelemek megbízhatósága összetett folyamat eredményeként adódik ki, aminek a magasabb szintű megbízhatósági elemzés során nem vizsgáljuk a valódi hatásmechanizmusát, hanem azt feltételezzük, hogy egy véletlen folyamat zajlik a háttérben, ami a meghibásodásokat okozza, és ennek a véletlen folyamatnak a statisztikus tulajdonságait probáljuk meghatározni.

A megbízhatósági vizsgálatok egyik leggyengébb láncszeme éppen ez a lépés, az elemek megbízhatóságának leírása, ami máig lángoló tudományos vitákhoz is vezetett. Ugyanis nagyon kevés adat áll rendelkezésünkre az építőelemek statisztikus tulajdonságairól. Például egy újonan kifejlesztett elektronikai elem viselkedéséről nem áll rendelkezésre tapasztalati adat, míg ha nem új elemről van szó, akkor pedig a modern nagy megbízhatóságú technológiák mellett nagyon kérdéses, hogy az összes piacra dobott elem kis számú meghibásodásairól rendelkezésre álló adatok mennyisége lehetővé teszi-e, hogy a hagyományos valószínűségszámítás módszereit alkalmazzuk. Sokan vitatják, hogy ilyen kevés adat mellett alkalmazhatók-e a nagy számokra vonatkozó törvények, például, hogy a relatív gyakoriság helyettesíthető a valószínűséggel. Mi a problémák megemlítése mellett a hagyományos valószínűségszámítási megközelítést alkalmazzuk.

A megbízhatósági adatok gyűjtésének újonan kifejlesztett elemek esetén alkalmazható módja lehet, az azonos gyártástechnológiával készített hasonló elemek adataiból való következtetések levonása. A már említett integrált áramkörök esetén vizsgálható, hogy egy adott gyártástechnológia mellett az egyre újabb elemek megbízhatósági adatai hogyan változtak a disszipált teljesítmény, a bonyolultság, stb. függvényében. Ez alapján egy ismert bonyolultságú és disszipációjú újonan kifejlesztett elem megbízhatósági adatai becsülhetők.

Érdekes módón pont az elérendő cél, a nagy megbízhatóság, okozza a gondot a megbízhatósági elemzésnél, ugyanis a meghibásodások általában olyan lassan következnek be, hogy mire megfelelő mennyiségű tapasztalati eredmény állna rendelkezésre, már rég elavulnak az elemek.

A lassú meghibásodási folyamatból adódó hosszú adatgyűjtési idő csökkentésére

t_i	0	1000	2000	3000	4000	...
$N(t_i)$	100	90	81	73	66	...
$N(t_{i-1}) - N(t_i)$		10	9	8	7	...
$\hat{r}(t_i)$	1	0,9	0,81	0,73	0,66	...
$\hat{f}(t_i)$		0,1	0,09	0,08	0,07	...
$\hat{\lambda}(t_i)$		0,1	0,1	0,099	0,096	...

3.2-I. táblázat: A működési idő hisztogramjának meghatározásához végzett kísérlet eredményei

úgy nevezett *gyorsított vizsgálat*okat végeznek. Ez azt jelenti, hogy a meghibásodási folyamatot olyan körülmények között végzik, ami az üzemi körülményeknél gyorsabb meghibásodásokat eredményez, és ennek a gyors folyamatnak az eredményeiből következtetnek a üzemi értékekre. A meghibásodási folyamat felgyorsítását eredményező stressz hatások közül a hő - és a mechanikai stressz hatásokat alkalmazzák leggyakrabban a gyorsított megbízhatósági vizsgálatokban.

Megbízhatósági vizsgálatokat és adatgyűjtést már a számítogépek elterjedése elötti időszakban is végeztek leginkább elektroncsöves berendezések vizsgálatára, és a ma alkalmazott módszerek és kifejezések egy része még tartalmaz ebből az időből származó elemeket (például a forrótartalék kifejezés a felfütött elektroncsöves készenléti tartalékra utal).

Az adatgyűjtést hagyományosan táblázatok, hisztogramok segítségével végezik (3.2-I. táblázat) és a gyűjtött adatok alapján közelítik a különböző megbízhatósági jellemzőket.

Az 3.2-I. táblázatban egy 100 alkatrészes mintán végzett kisérlet adatait láthatjuk, azaz a kisérlet elején ($t = 0$) 100 db. működőképes alkatrészt kezdünk üzemeltetni javítás és csere nélkül, és 1000 időegységenként (például 1000 óránként) feljegyezzük, hogy hány alkatrész működőképes még.

Jelölje $N(t_i)$ a t_i időpontban működő alkatrészek számát. Ekkor $r(t)$ becslése:

$$\hat{r}(t_i) = \frac{N(t_i)}{N(t_0)}$$

míg $f(t)$ becslése:

$$\hat{f}(t_i) = \frac{N(t_{i-1}) - N(t_i)}{N(t_0)}$$

$f(t)$ alapján, mint a táblázatból is látható, közvetlenül nem olvasható le, hogy a még működő elemek meghibásodása gyorsul, vagy lassul. Ezért bevezettek egy olyan mutatót, amelyik pontosan ezt a tulajdonságot jellemzi, $\hat{\lambda}(t_i)$-t:

$$\hat{\lambda}(t_i) = \frac{N(t_{i-1}) - N(t_i)}{N(t_{i-1})} = \frac{\frac{N(t_{i-1})-N(t_i)}{N(t_0)}}{\frac{N(t_{i-1})}{N(t_0)}} = \frac{\hat{f}(t_i)}{\hat{r}(t_i)}$$

Az elméleti, folytonos függvények alapján pedig megadható $\lambda(t)$ elméleti értéke is:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{r(t)} \tag{3.2-5}$$

$\lambda(t)$-t meghibásodási tényezőnek vagy - intenzitásnak nevezik (az angol irodalmakban: failure rate). $\lambda(t)$ dimenziója 1/idő, azaz 1/óra, 1/h, vagy a megbízhatóság jellemzésére gyakran alkalmazott 1 FIT $= 1.0e^{-9}$/h

A fenti definició alapján $\lambda(t)$ és $r(t)$ kölcsönösen meghatározzák egymást:

$$\lambda(t) = \frac{1}{r(t)}\frac{dF(t)}{dt} = \frac{-1}{r(t)}\frac{dr(t)}{dt} \tag{3.2-6}$$

Míg a másik irányú összefüggéshez a differenciálegyenletet megoldva:

$$\int_0^t \lambda(\tau)\; t = ln\; r(t) - ln\; r(0),$$

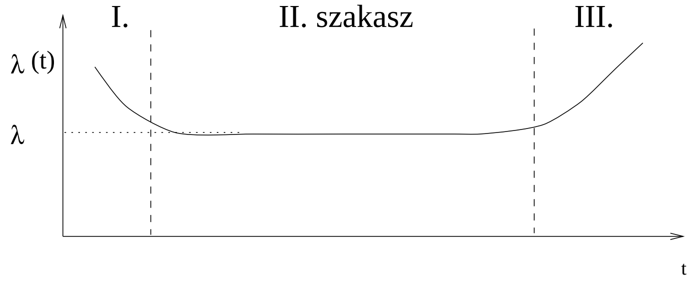
és kihasználva az $r(0) = 1$ kezdeti feltételt:

$$r(t) = \mathrm{e}^{-\int_0^t \lambda(u)du} \tag{3.2-7}$$

3.2.6 $\lambda(t)$ időfüggése

Elsősorban tapasztalati adatok alapján az elektronikus és bizonyos mechanikus elemek élettartamát három fő szakaszra osztják. E szakaszok kijelölése a $\lambda(t)$ függvény jellegének időbeli változásai alapján történik. Egy tipikus $\lambda(t)$ függvény látható az 3.2-2. ábrán. Az ilyen jellegű görbéket szokták teknőgörbének vagy kádgörbének nevezni. A görbe három jellemző szakasza

- I. - kezdeti meghibásodási szakasz
  Ekkor derülnek ki a gyártási, tervezési hibák.
- II. - véletlen meghibásodások szakasza
  A meghibásodásokat előidéző (pl. vegyi folyamatok) véletlenszerűen jelentkeznek és okoznak hibát.



3.2-2. ábra : A meghibásodási tényező időfüggése

- III. - elhasználódási szakasz
  Az élettartam lejártával az elöregedés, a kopás válik a hibák előfordulásának legjelentősebb okává.

Jól tervezett elemek, berendezések esetén az elemek működési ideje, amíg használjuk öket, a III. szakasz megkezdése elött befejeződik. Amennyiben ez nem így van, akkor a tartalék alkatrész állomány, a karbantartási kapacitás tervezésekor figyelembe kell venni a III. szakaszban bekövetkező fokozott meghibásodásokat.

Amennyiben az I. szakasz időtartama elhanyagolható a működési időhöz képest, vagy a kezdeti teszteket még a gyártó végzi el, és a felhasználóhoz csak az I. szakasz végén kerül a berendezés, akkor a működési idő egésze alatt feltételezhetjük a II. szakaszra jellemző állandó meghibásodási intenzitást. Ekkor

$$\lambda(t) = \lambda, \quad \forall\, t$$

amiből következik

$$r(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t}$$
$$F(t) = 1 \; - \; \mathrm{e}^{-\lambda t}$$
$$f(t) = \lambda\, \mathrm{e}^{-\lambda t}$$

azaz a meghibásodás bekövetkezéséig eltelő idő exponenciális eloszlású.

Az exponenciális eloszlású véletlen valószínűségi változók jellemző tulajdonsága, ami semelyik másik folytonos eloszlásra nem teljesül, az örökifjúság. Az örökifjúság az jelenti, hogy egy tetszőleges időponttól, amikor jó a vizsgált elemem, a hátralévő működési idő eloszlása megegyezik az eredeti működési idő eloszlással. Azaz

$$P(\tau \geq t + \Delta t | \tau \geq t, \Delta t \geq 0) = \frac{r(t + \Delta t)}{r(t)} = \frac{\mathrm{e}^{-\lambda(t+\Delta t)}}{\mathrm{e}^{-\lambda t}} = \mathrm{e}^{-\lambda \Delta t}$$

Tehát csak a Δt időkülönbségtől függ, a meghibásodás valószínűsége és t-től nem.

t	0	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8
$r(t)$	1	0.990	0.905	0.368	$4.5\ 10^{-5}$	$3.7\ 10^{-44}$

3.2-II. táblázat: Néhány hibamentes működési valószínűség eredmény $\lambda = 10^{-6}$/óra= 1000 FIT esetén

Például egy alkatrész működésének kezdetén a várható élettartama 5 év. Egy év működési idő után még mindig jó ez az alkatrész. Ekkor az 1 év után hátralévő működési idejenek várható értéke továbbra is 5 év. Azaz ez az alkatrész a vizsgálat kezdetétől várhatóan 6 év múlva fog meghibásodni. A látszólagos ellentmondás abból adódik, hogy a vizsgált alkatrész esetén kihasználjuk azt a tényt, hogy az 1. évben biztosan nem hibásodik meg.

A vizsgált alkatrész meghibásodásának bekövetkezéséig eltelő idő (MTFF) állandó meghibásodási intenzitás mellett, mivel a L'Hospital szabály alkalmazásával belátható, hogy

$$\lim_{t\to\infty} t\ r(t) = \lim_{t\to\infty} \lambda \mathrm{e}^{-\lambda t} = 0,$$

teljesül, és így

$$MTFF = \int_0^\infty r(t)dt \ = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t}dt \ = \ \frac{-1}{\lambda}\ [\mathrm{e}^{-\lambda t}]_0^\infty \ = \ \frac{1}{\lambda} \tag{3.2-8}$$

Az exponenciális eloszlás tulajdonságából adódóan kis t értékekre az

$$r(t) = e^{-\lambda t} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-\lambda\ t)^k}{k!} = 1 - \lambda\ t + 0.5\ (\lambda\ t)^2 - ... \approx 1 - \lambda\ t$$

lineális közelítés alkalmazható, ami sok gyakorlatilag érdekes esetben megfelelő pontosságú értéket ad a megbízhatóságra. Kicsinek nevezhetők azok a t értékek, amelyekre $\lambda\ t < 0.1$ (2. táblázat).

Az állandó meghibásodási intenzitás mellett a gyakorlatban alkalmazott egyéb működési idő eloszlások a következők:

- normális eloszlás
  - $f(t) = \dfrac{1}{\sigma\ \sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(t-m)^2}{2\ \sigma^2}}$
  - $r(t) = \dfrac{1}{\sigma\ \sqrt{2\pi}} \displaystyle\int_t^\infty \mathrm{e}^{-\frac{(t-m)^2}{2\ \sigma^2}} dt$

- $\lambda(t) = \dfrac{e^{-\frac{(t-m)^2}{2\,\sigma^2}}}{\int_t^\infty e^{-\frac{(t-m)^2}{2\,\sigma^2}}\,dt}$
- alkalmazás: öregedő alkatrészek $m > 3\,\sigma$

- Weibull eloszlás
  - $r(t) = e^{-(b\,t)^a}$
  - $F(t) = 1 - e^{-(b\,t)^a}$
  - $f(t) = a\,b\,(b\,t)^{a-1}\,e^{-(b\,t)^a}$
  - $\lambda(t) = a\,b\,(b\,t)^{a-1}$
  - alkalmazás: mindhárom teknőgörbe szakasz leírására alkalmas
    * I. szakasz: $a < 1$
    * II. szakasz: $a = 1, \to \lambda = b$
    * III. szakasz: $a > 2$
    * megjegyzés: $1 < a \leq 2$

- lognormális eloszlás
  - ha X normális eloszlású valószínűségi változó, akkor $Y = e^X$ lognormális, így Y mindig pozitív,
  - $f(t) = \dfrac{1}{\sigma\,t\,\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(log(t/m)+\sigma^2/2)^2}{2\,\sigma^2}}$
  - legfontosabb alkalmazása az öregedő alkatrészek (III. szakasz) meghibásodásának leírása $m < 3\,\sigma$

3.2.7 $\lambda(t)$ igénybevétel- és környezetfüggése

A meghibásodási tényező vizsgálata során az időtől függő változások mellett regisztráltak bizonyos eltéréseket a különböző környezetben, és különböző terhelés mellett végzett mérések és adatgyűjtések eredményeiben. Majd szisztematikus vizsgálatok során elemézték a különböző üzemeltetőknél tapasztalható eltérő körülmények jellemzőit, és a hozzájuk tartozó üzemeltetési adatokat, és ezt összevetették a gyártóknál végzett vizsgálatok eredményeivel. Már az első vizsgálatok kimutatták, hogy a környezeti hatások jelentősen befolyásolják az elemek meghibásodási statisztikáit, azaz a meghibásodási intenzitás nem csak az időnek, hanem a környezetnek és az igénybevételnek is függvénye.

E felismerést követően megpróbálták azonosítani a környezet és az igénybevétel egyes paramétereinek hatását. A vizsgált rendszerek különbözősége miatt azonban nem alakult ki egységes, általánosan alkalmazható eljárás, hanem csak bizonyos termékkörökre vonatkozó szokások, vagy szabványok terjedtek el. Meg kell azonban említeni, hogy egy adott termék piacán versenyző különböző gyártók is gyakran eltérő szabályokat, eljárásokat alkalmaznak. Az alkalmazott eljárások túlnyomó többségének közös jellemzője azonban, hogy az egyes környezeti paraméterek alapján egy meghibásodási intenzitást növelő szorzótényezőt határoznak meg, amit szoktak *gyorsítási tényező*nek is nevezni, és az összes paraméterből adódó gyorsítás tényezőknek, valamint egy alap (ideális feltételek mellett adódó) meghibásodási tényezőnek a szorzataként határozzák meg az adott körülményekre jellemző meghibásodási intenzitást.

Az alábbiakban az elektronikus és elektromechanikus rendszerek területén alkalmazott eljárások kerülnek röviden ismertetésre.

Meghibásodási tényező és a környezet kapcsolata

A lehetséges környezeti paraméterek sokszínűsége miatt, a lehetőségek számának csökkentése végett általános kategóriákat vezettek be és kategoriánként határoztak meg gyorsításitényezőket. Például (MIL-HDBK/217):

- a rendszerek elhelyezésére vonatkozóan megkülönböztetnek földi rögzített, mobil, ... kategóriákat;
- a mobil rendszerek esetén különbséget tesznek a hajón, repülőgépen, rakétán, ... elhelyezett berendezések között.

A mind nagyobb környezeti igénybevételt jelentő kategóriákhoz mind nagyobb gyorsításitényező tartozik, ami könnyen elérheti a 100-as értéket is (pl. rakéta).

Meghibásodási tényező és a hőmérséklet kapcsolata

Az egyik legjelentősebb környezeti stresszhatás, aminek hatásmechanizmusáról a legtöbb ismerettel rendelkezünk, a környezeti hőmérséklet. A gyorsításitényező meghatározására az Arrhenius törvényből származó:

$$\lambda = \lambda_0 \, e^{\frac{E_a}{k} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)} \tag{3.2-9}$$

összefüggést alkalmazzák, ahol

- E_a: az aktivációs energia [eV] (a vizsgált elem fizikai jellemzője)
- k: a Boltzmann állandó $1.38\ 10^{-23}\ J/K\ =\ 8.6\ 10^{-5}\ eV/K$
- T, T_0: a hőmérséklet [K]

- λ_0: a meghibásidási tényező T_0 hőmérsékleten [FIT]

Ennek az összefüggésnek elterjedt egy fizikai szemlélethez közelebb eső, hőmérséklet különbségre alapozott változata is:

$$\lambda = \lambda_0 \, \mathrm{e}^{\frac{E_a}{k} \, \frac{T-T_0}{TT_0}} = \lambda_0 \, 2^{\frac{\Delta\vartheta}{\Delta\vartheta_f}} \qquad (3.2\text{-}10)$$

ami a fenti összefüggésből a $\vartheta_f = \dfrac{kTT_0}{E_a log_2 \mathrm{e}}$ helyettesítéssel adódik, mivel $\mathrm{e}^x = 2^{x log_2 \mathrm{e}}$. Ekkor $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0 = T - T_0$: a hőmérsékletkülönbséget $[°C]$, és $\Delta\vartheta_f$: a félélettartamhoz tartozó hőmérsékletkülönbséget $[°C]$ jelöli.

Meghibásodási tényező és a terhelés kapcsolata

A terhelés szintén a rendszerek jellegétől függő fogalom, ezért nagyon sokféle lehet. Az elektronikus rendszerekben terhelést jelent például a névleges tápfeszültségtől való eltérés. A terhelés gyorsító hátását ezért az alábbi általános keretek közt alkalmazható összefüggéssel számítják:

$$\lambda = \lambda_0 \, (\frac{S}{S_0})^i, \qquad (3.2\text{-}11)$$

ahol

- S: a terhelés, például $(U, \ I, \ P)$,
- S_0: a névleges terhelés (U_0, I_0, P_0),
- $i = 3...8$: a terhelés növekedés hatásának kitevője.

3.4 Elektronikus alkatrészek megbízhatósági vizsgálata

3.4.1 Elektronikus alkatrészek megbízhatósági adatainak forrása

Alábbiakban azt vizsgáljuk, hogy a különböző berendezések és alkatrészek esetén mely megbízhatósági adatgyűjtési módszerek alkalmazhatók, és milyen előnyök illetve hátrányok jellemzik a különböző módszereket.

Megbízhatósági adatgyűjtés üzemeltetési tapasztalatok (angolul: field data) alapján:

- Az eljárás előnye:
  - amennyiben lehetőség nyílik a valódi üzemeltetési körülmények közti adatgyűjtésre, akkor az összes lehetséges adatgyűjtési módszer közül a legpontosabb információt nyerhetjük.
- hátrányok:
  - az eljárás jellegéből adódóan az első adatok akkor állnak rendelkezésre, amikor a vizsgált termék első sorozatának legyártása és üzembe állítása után megfelelő mennyiségű hibaadatot regisztráltunk már. A mind nagyobb megbízhatóságú alkatrészek mellet ez általában túlzottan későn áll rendelkezésre az üzemeltetés megkezdése után.
  - A pontos üzemeltetési körülmények speciális felhasználási körű alkatrészektől eltekintve nem állnak rendelkezésre.
  - Az üzemeltetés alatti adatgyűjtés esetén néha nem elhanyagolható hatású adattorzítások is felléphetnek, amelyek miatt a valóságostól eltérő megbízhatósági paramétereket kapunk. Ilyen adattorzító hatás lehet például az, hogy a meghibásodási adatokat jellemzően a karbantartó részlegek adatnyilvántartásából veszik, mivel ott áll egy helyen rendelkezésre rendszerezett, egységes formában. Sok esetben azonban a karbantartó vagy szerviz részleg érdekelt bizonyos hibák előfordulásának elfedésében, míg más hibák esetén azok felnagyításában.

Megbízhatósági adatgyűjtés fokozott igénybevétel melletti vizsgálatok alapján:

- Az eljárás előnyei:

 - Szemben a felhasználónál végzett vizsgálatokkal a gyártó telephelyén a gyártó által létrehozott feltételek között végzett adatgyűjtés körülményei ismertek és tetszőlegesen beállíthatók.
 - Az adatok a termékek piacra dobása, vagy használatbavétele előtt rendelkezésre állnak.

- hátrányok:
  - A gyártónál létrehozott mérési környezet költségei jelentösek lehetnek, és ezáltal jelentősen növelhetik a termékek árát.
  - Egyedi termékek esetén pedig ez az eljárás nem is alkalmazható mivel többszörös árnövekedést jelentene.

Megbízhatósági adatgyűjtés azonos technológiájú, hasonló bonyolultságú alkatrészek adataiból származtatással:

- Az eljárás előnyei:
  - Nem igényel speciális beruházást, hanem csak a gyártónál folyó termelés adatainak folyamatos gyűjtését, ehhez kapcsolódóan egy e célra kialakított szervezeti információs hátteret, amelyik a technológiai előrelépések predikált adatait és predikálási módszereit állandóan felülvizsgálja és korrigálja a tapasztalati adatok alapján.
  - Az eljárás pontossága becsülhető hatású technológia fejlesztési módszerek mellett elérheti az üzemeltetési adatgyűjtéshez hasonló pontosságot.
  - Az adatok az új termékek első gyártásával egyidőben, az első használatbavétel előtt már rendelkezésre állnak.

- hátrányok:
  - A nem becsülhető hatású technológia váltás esetén az eljárás nem alkalmazható, vagy nagyon pontatlan adatokat szolgáltat.

A gyakorlatban az itt felsorolt módszerek közül, az adott körülmények mellett az összes alkalmazható módszerrel végeznek adatgyűjtést, és a katalogusokban megjelenő megbízhatósági adatok ezeknek a vizsgálatoknak az eredőjeként adódik.

3.4.2 Elektronikus alkatrészek megbízhatósági modelljei

A berendezések megbízhatósági minősítése, mint láttuk, nem minden részletében szabványosított eljárás, a lehetséges berenrendezések, elvárások és üzemeltetési körülmények sokszínűsége miatt. Ez sok esetben a piaci partnerek kommunikációját is megnehezíti, mivel nem egyértelmű, hogy az egyes megbízhatósági mutatók valójában milyen tulajdonságokat takarnak. Az ilyen jellegű vállalaton belüli félreértések csökkentésére több nagyválalatnál válalati szintű szabványokat vezettek be az alkalmazott termelés irányítás és ellenőrzés egyéb funkcióihoz kapcsolódó módon (pl. Videoton, Siemens, Ericsson, ..). Bizonyos esetekben igen nagy horderejű megrendelők által kidolgozott követelmény - és minősítési rendszer terjed el oly mértékben, hogy majdnem szabványként kezelik a piac résztvevői. Ilyen szerepet tölt be az Amerikai Egyesült Államok Hadügyminisztériumának megbízhatósági minősítésre vonatkozó szabálygyűjteménye, a MIL-HDBK/217 (Military handbook).

Tekintsünk két példát MIL-HDBK/217 alapján történő meghibásidási tényező meghatározásra:

- monolit IC meghibásodási tényezője:

$$\lambda_p = \pi_Q[C_1\pi_T\pi_V\pi_{PT} + (C_2 + C_3)\pi_E]\pi_L \tag{3.4-12}$$

  ahol π_Q: minőségi tényező, π_T: hőmérsékleti tényező (Arrchenius), π_V: feszültség gyorsítási tényező, π_{PT}: programozási tényező (csak PROM-ra), π_E: környezeti tényező, π_L: tanulási tényező, C_1, C_2: bonyolultságtól függő állandók és C_3: tokozástól függő állandó,

- kondenzátor meghibásodási tényezője:

$$\lambda_p = \lambda_b\pi_Q\pi_E\pi_{SR}\pi_{CV}\pi_C \tag{3.4-13}$$

  ahol λ_b: meghibásodási tényező alapértéke, π_{SR}: soros ellenállás tényezője, π_{CV}: névleges kapacitás tényezője és π_C: konstrukciós tényező.

Az ilyen általános MIL-HDBK/217-beli összefüggések meghatározásához a vizsgált konkrét elem fizikai, környezeti, gyártási adatai alapján meg kell határozni az összefüggések jobb oldalán szereplő mennyiségeket, a MIL-HDBK/217 vonatkozó táblázatai és szabályai szerint, és aztán számítható az eredő (időben állandónak tekintett) meghibásodási tényező.

3.4.3 Komplex alkatrészmodellek implementálása

Mint már a bemutatott két példa is jelzi, a bonylult berendezések megbízhatósági elemzésénél bemeneti adatnak tekintett paramétereknek, az elektronikus alkatrészek meghibásodási tényezőjének meghatározása is igen összetett feladat. Ezért a nagyobb rendszerek elemzése már nem is lehetséges a megbízhatósági modellezést támogató programcsomagok alkalmazása nélkül.

Az ilyen programcsomagok főbb jellemzői a következők:

1. rugalmas modell felépítés, akár hasonló modellek változtatásával, akár tetszés szerinti képlettel leírható megbízhatósági modell megadásával;
2. megbízhatósági modell adatbázis;
3. potenciálisan felhasználásra kerülő (általában kereskedelmi forgalomban kapható) alkatrészek megbízhatósági modellekhez rendelése;
4. alkatrész- és modelljellemzők, függvényeinek és táblázatainak feltöltése, az alkalmazott szabályrendszer (pl. MIL-HDBK/217) alapján;
5. megbízhatósági számítások végzése (pl. meghibásodási tényező meghatározása)
6. tervezési alternatívák összehasonlítása.

3.4.4 Gyakorló példák

1. példa:
   Adott egy IC, amelynek meghibásodási tényezője $\lambda = 100\ FIT$.
   a) Mekkora $r(1\text{ v})$?
   b) Mekkora 100 darab ilyen alkatrész esetén $r_{100}(1\text{ v})$?
   megoldás:

   a) $t = 1\text{ v} = 8760\text{ ra} \simeq 10^4\text{ ra}$, ahonnan látható, hogy $\lambda t = 10^{-3} \ll 1$ ezért az elsőfokú lineális közelítés alkalmazható, vagyis $q(1\text{ v}) \simeq 10^{-3}$ és $r(1\text{ v}) \simeq 1-10^{-3}$

   b) $\lambda_{100} = 100\lambda = 10^4\ FIT$, így $\lambda_{100}t = 10^{-1} \ll 1$ még mindig olyan kicsi, hogy az elsőfokú lineális közelítés alkalmazható, amiből $r_{100}(1\text{ v}) \simeq 1 - 0.1 = 0.9$

2. példa:
   Egy integrált áramkörre $\theta_v = 85°\text{C}$ -on vizsgálatokat végeztek, aminek során a meghibásodási tényezőre $\lambda_v = 2.210^{-7}/h$ értéket határoztak meg. Az alkatrészt $\theta_N = 55°\text{C}$-on akarják működtetni. Mekkora lesz a λ_N névleges meghibásodási tényező, ha $E_A = 0.25eV$?
   megoldás:
   Az Archenius törvény alkalmazásával:

$1\mathrm{eV}/k = 1.16\ 10^4\ {}^\circ K$, (ahol k a Boltzman állandó,) ahonnan $0.25\ \mathrm{eV}/k = 2900^\circ K$, s így

$$\frac{\lambda_N}{\lambda_v} = e^{\frac{E_A}{k}(\frac{1}{T_v}-\frac{1}{T_N})} = e^{2900(\frac{1}{358}-\frac{1}{328})} = \frac{1}{2.1}$$

Tehát:

$$\lambda_N = \frac{2.2}{2.1}10^{-7}/h \simeq 10^{-7}/h = 100\ FIT$$

3. példa:

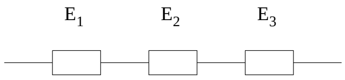
Egy ellenállás megbízhatósági tényezője névleges $\theta_N = 25^\circ$C hőmérsékleten $\lambda_N = 200\ FIT$. Az alkatrészt $\theta_a = 75^\circ$C-on akarják működtetni. Mekkora lesz a λ_a aktuális meghibásodási tényező, ha $\theta_f = 10^\circ$C?

megoldás:

$$\frac{\lambda_a}{\lambda_N} = 2^{\frac{\Delta\theta}{\theta_f}} = 2^{\frac{75-25}{10}} = 2^5 = 32$$

Tehát:

$$\lambda_a = 32 2 10^{-7} = 6.4 10^{-6}/h$$



3.5-3. ábra : Redundancia mentes (soros) rendszer megbízhatósági blokkdiagramja

3.5 Nemjavított rendszerek megbízhatósága

Az előző szakasz eredményei alapán mostantól az alkatrészek, elemek ismertnek tekintett megbízhatósági viselkedése és a nem javított rendszerek funkcionális felépítése alapján számítjuk ki e rendszerek eredő megbízhatósági jellemzőit.

3.5.1 Redundanciamentes rendszer

Redundanciamentesnek vagy megbízhatósági szempontból sorosnak nevezzük azokat a rendszereket, amelyeknél a rendszer működéséhez minden elem működésére szükség van, azaz a rendszernek csak egy jó állapota van, ha a rendszert alkotó elemek mindegyike jó, és ha a rendszert alkotó elemek bármelyike meghibásodik, akkor az egész rendszer hibás állapotba kerül.

A redundancia mentes rendszer működésének a rendszert alkotó elemektől való függését többek között megbízhatósági blokkdiagamon ábrázolhatjuk (3.5-3. ábra). A megbízhatósági blokkdiagam megbízhatósági viselkedés szempontjából írja le a rendszer felépítését, azaz a rendszer megbízhatóságának függését az elemek megbízhatóságától.

A megbízhatósági blokkdiagramon ábrázolt rendszer akkor jó, ha a diagramm kezdő- és végpontja között található kizárólag üzemképes elemeken át vezető útvonal. Másképpen tekinthetjük úgy is, hogy a hibás elemek az adott gráfél megszakadását jelentik, és a rendszer akkor jó, ha a diagramm kezdő- és végpontja összekötött.

Az elemek funkcionális kapcsolata nem feltétlenül azonos a megbízhatósági blokkdigrammon ábrázolt, megbízhatósági viselkedést leíró strukturális kapcsolattal.

3.5.2 Gyakorló példák

Tekintsünk egy adott soros rendszert n elemmel. Jelölje az egyes elemek véletlen meghibásodási időpontjait τ_i, $i = 1, ..., n$, és ezek eloszlásfüggvényét $F_i(t) = P(\tau_i \le t)$, $i = 1, ..., n$. A rendszer meghibásodásának véletlen időpontja τ az n darab valószínűségi változó minimuma, azaz $\tau = min_i\, \tau_i, i = 1, ..., n$, $F_s(t) = P(\tau \le t)$, így τ eloszlását a következő összefüggés alapján számíthatjuk:

$$F_s(t) = P(\tau \le t) = P(min_i\, \tau_i \le t) = 1 - P(min_i\, \tau_i > t) =$$

$$1 - P(\tau_i > t, \forall i).$$

Ha a τ_i meghibásodási időpontok mindegyike független egymástól, azaz τ_i, $i = 1, ..., n$ független valószínűségi változók, akkor

$$F_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P(\tau_i > t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - P(\tau_i \leq t)) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - F_i(t))$$

amiből

$$1 - F_s(t) = \prod_{i=1}^{n}(1 - F_i(t)),$$

és így

$$r_s(t) = \prod_{i=1}^{n} r_i(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\int_0^t \lambda_i(u)\,du} = e^{-\int_0^t \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(u)\,du} \tag{3.5-14}$$

Megjegyezzük, hogy a τ_i, $i = 1, ..., n$ meghibásodási időpontok függetlensége soros rendszerek esetén nem túl szigorú feltétel, hiszen csak az első meghibásodási időpontig kell teljesülnie, ami fizikai rendszerekben jól alkalmazható feltételezés.

Exponenciális eloszlású meghibásodási időpontok esetén, azaz időben állandó meghibásodási tényezők mellett:

$$r_s(t) = \prod_{i=1}^{n} r_i(t) = e^{-\sum_{i=1}^{n} \lambda_i t} = e^{-\lambda_s t} \tag{3.5-15}$$

azaz a rendszer meghibásodásáig eltelő idő szintén exponenciális eloszlású $\lambda_s = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$ paraméterrel. Ennek megfelelően a rendszerhiba bekövetkezéséig eltelő idő várható értéke:

$$MTFF_s = \frac{1}{\lambda_s} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i} \tag{3.5-16}$$

A soros rendszerek esetén tehát nagyon egyszerű kapcsolat áll fenn a rendszer viselkedése és az elemek viselkedése között. E kapcsolat lényege egyrészt, hogy minél több elem alkotja a rendszert, annál gyorsaban következik be a rendszerhiba, másrészt, hogy a rendszerhibában a leggyorsabban romló elemek játszák a legfontosabb szerepet. Látható, hogy például az elektronikus berendezések bonyolultságának gyors növekedése mellett nagyon fontos volt az egyes elemek, alkatrészek megbízhatóságának drasztikus növelése, mert e nélkül a mai bonyolultságú berendezések (számítógép, TV, ..) már teljesen használhatatlannok lennének az állandó meghibásodások miatt. A technika fejlődése során nem egy esetben a megbízhatóság szabott korlátot az új és egyébként nagyon korszerű ötletek megvalósításának, vagy elterjedésének (pl. elektroncsöves számítógép). A mind korszerűbb félvezető technológiák egyszerre valósítják meg a bonyolultság és a megbízhatóság növelését, ráadásul az egy integrált áramkörön megvalósított rengeteg apró alkatrész meghibásodási tényezője az azonos technologiai kialakítás miatt egy nagységrendbe esik, így nem következik be az, hogy nagyságrendekkel roszabb meghibásodási tényezőjű elemek lerontják az eredő meghibásodási tényezőt.

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a soros rendszerek nagyon sebezhetőek, mivel bármelyik elemük meghibásodása esetén rendszerhiba következik be, és a nagy bonyolultságú rendszerek rengeteg elemből állhatnak, így azokban az elvárt megbízhatóság eléréséhez mindenképpen szükség van valamilyen megbízhatóságnövelési módszer alkalmazására.

A letehséges megbízhatóság növelési módszereket csoportosíthatjuk az alapján, hogy milyen célt probálnak megvalósítani. A két szóbajövő megoldás a meghibásodások számának csökkentése, és a meghibásodások hatásának csökkentése. Az első csoportba tartozó megoldásokról (kevés alkatrész, kis meghibásodási tényezőjű alkatrészek, csökkentett stressz és tehelés, közel azonos meghibásodási tényező értékre törekvés) már szóltunk, a másik lehetőség a meghibásodások hatásának csökkentése pedig a soros rendszereknél megbízhatósági szempontból összetettebb rendszerek kialakítása felé vezet. A hibák hatásának csökkentésére az egyik megoldás a rendszerek ellenállóképességének növelése, azaz olyan rendszerek kiépítése, amelyek nem hibásodnak meg feltétlenül, ha valamelyik elemük meghibásodik. Az ilyen rendszereket nevezik *redundáns rendszer*eknek. A másik hibahatás csökkentő eljárás a rendszerek karbantartása, javítása. Természetesen a két módszer együttes alkalmazása a legeredményesebb megoldás a megbízhatóság növelésére. E könyv keretei között nem tárgyaljuk a karbantartott, javított rendszerek megbízhatósági elemzését.

Tekintsük a következő egyszerű példát:

Egy megbízhatósági szempontból soros rendszer 1 intergrált áramkörből (IC), 4 ellenállásból, 4 kondenzátorból, és az ezek összekötését biztosító 20 forrasztásból áll. A félélettartamhoz tartozó hőmérséklet a IC esetén 30, az ellenállás és a kondenzátor esetén 10, míg a forrasztások esetén 15°C. A berendezés névleges hőmérséklete: $\theta_N = 25°\mathrm{C}$, és üzemi hőmérséklete: $\theta_a = 55°\mathrm{C}$.

Mekkora a rendszer várható meghibásodási ideje a névleges és az üzemi hőmérsékleten, ha az IC meghibásodási tényezője 200 FIT, az ellenállásé 100 FIT, a kondenzáté 50 FIT, és a forrasztásoké 5 FIT?

Megoldás:

alkatrsz	n_i	$\theta = 25$		$\theta = 55$			
		λ_i	$n_i\lambda_i$	$\Delta\theta_{fi}$	a_i	$a_i\lambda_i$	$a_i n_i \lambda_i$
IC	1	200	200	30	2	400	400
ell.	4	100	400	10	8	800	3200
kond.	4	50	200	10	8	400	1600
forr.	20	5	100	15	4	20	400
ssz.	29		900				5600

3.5-III. táblázat: Egyszerű soros rendszer megbízhatóságának számítása ($[\lambda] = FIT$)

A 3.5-III. táblázat alapján:

$$MTFF_s(\theta = 25) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_k} n_i \lambda_i} = \frac{1}{900} = 1.1110^{-6} h$$

$$MTFF_s(\theta = 55) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_k} a_i n_i \lambda_i} = \frac{1}{5600} = 1.7810^{-5} h$$

Azaz a rendszer átlagos romlása

$$\frac{MTFF_s(\theta = 25)}{MTFF_s(\theta = 55)} = 6.2$$

Ez egy átlagos érték az adott üzemi hőmérsékletre, természetesen nem igaz minden alkatrészre.

3.6 Redundáns alapstruktúrák megbízhatósága

A redundáns rendszerek kiépítése, mint az a nevükből is következik, a berendezések által megvalósítandó feladatok ellátásához minimálisan szükséges elemeknél több elem felhasználását igényli. Ezért ezek a rendszerek ugyanazokat a feladatokat kicsit nagyobb megbízhatósággal, de sokkal költségesebben látják el. Ez az a tény ami miatt az alkalmazott megbízhatósági módszereknek olyan nagy szerepe van csúcstechnológiai berendezések tervezése és üzemeltetése során. Addig amíg nincs szükség különleges megbízhatósági paraméterek elérésére, addig kis költségű eljárások mellett (mint például minőségellenőrzés, tervezési hibák kiküszöbölése, stb.) megfelelő megbízhatóságot érhetünk el, de éppen az amúgy is nagyon drága csúcstechnológiai berendezésekben (űrhajó, atomerőmű, ..) kell teljesíteni különösen szigorú megbízhatósági elvárásokat. És mivel az ilyen rendszerekben alkalmazott redundancia különösen költséges, ezért egy jól megválasztott megbízhatóság növelési módszerrel hatalmas megtakarításokat lehet elérni úgy, hogy nem következnek be a Csenobilihez hasonló katasztrofák.

Az alkalmazandó redundancia kiválasztásához először áttekintjük a redundáns alapstruktúrákat:

1. Aktív redundancia; forrótartalékolt rendszer:
   A rendszer n darab azonos elemből áll. A rendszer működéséhez egyetlen elem működésére van szükség, azaz bármelyik $n-1$ darab elem meghibásodása esetén még jó a rendszer. Az éppen üzemelő és a tartalékban lévő elemek meghibásodási tényezője megegyezik. Abban az esetben, ha éppen az üzemelő elem hibásodik meg, és van még üzemképes tartalékelem, akkor gondoskodni kell a tartalékelemre való átkapcsolásról. Az ilyen redundáns rendszereket az elektroncsövek idejében elterjedt szóhasználat alapján forrótartalékolt rendszernek nevezik.

2. Passzív redundancia; hidegtartalékolt rendszer:
   A forrótartalékolt rendszerhez hasonlóan a rendszer n darab azonos elemből áll és a rendszer működéséhez egyetlen elem működésére van szükség, azaz bármelyik $n-1$ darab elem meghibásodása esetén még jó a rendszer. De ebben a rendszerben csak az éppen üzemelő elem hibásodhat meg, míg a tartalékban lévők nem. Itt is az üzemelő elem meghibásodása esetén gondoskodni kell egy tartalékelemre való átkapcsolásról. Az ilyen redundáns rendszereket az elektroncsövek idejében elterjedt szóhasználat alapján hidegtartalékolt rendszernek nevezik.

3. n-ből k rendszer
   A rendszer n darab azonos elemből áll. A rendszer működéséhez az n darab

elemből legalább k darab működésére van szükség. Mindegyik folyamatosan működik, és ugyanolyan meghibásodási tényezővel romlik. Tetszőleges k vagy k-nál kevesebb hibás elemet tartalmazó hibaállapotban megfelelő átkapcsolásokkal gondoskodni kell arról, hogy a rendszer helyesen működjön. (A forrótartalékolt és az azonos elemekből álló soros rendszer is az n-ből k rendszer speciális esete, az előbbi $k = 1$, míg az utóbbi $k = n$ helyettesítés mellett.)

3.6.1 Forrótartalékolt rendszer megbízhatósági jellemzői

Tekintsünk egy n elemből álló aktív redundancia rendszert. Az egyes elemek véletlen meghibásodási időpontjait jelölje τ_i, $i = 1, ..., n$ és a hozzájuk tartozó eloszlásfüggvényeket $F_i(t) = P(\tau_i \le t)$, $i = 1, ..., n$. Rendszerhiba akkor következik be, amikor az utolsó elem meghibásodik, tehát $\tau = max_i\ \tau_i, i = 1, ..., n$. A rendszerhiba bekövetkezésének eloszlásfüggvényét jelölje $F_p(t) = P(\tau \le t)$. Az elemek megbízhatósági paraméterei alapján a rendszer viselkedése az alábbi összefüggés szerint alakul:

$$F_p(t) = P(\tau \le t) = P(max_i\ \tau_i \le t) = P(\tau_i \le t, \forall i)$$

Ha a τ_i meghibásodási időpontok mindegyike független egymástól, akkor

$$F_p(t) = \prod_{i=1}^{n} P(\tau_i \le t) = \prod_{i=1}^{n} F_i(t) \tag{3.6-17}$$

és ebből

$$r_p(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - r_i(t)) \tag{3.6-18}$$

Az egyes meghibásodási időpontokra vonatkozó függetlenség most azonban sokkal szigorúbb feltételt jelent, mint a soros rendszernél, mivel itt az utolsó meghibásodási időpontig kell a függetlenségnek teljesülnie.

Abban az esetben, ha az egyes elemek azonos megbízhatóságúak, azaz $r_i(t) \equiv r(t)$, $\forall i$ (ami a gyakorlatban alkalmazott redundáns rendszerekben általában teljesül), akkor $r_p(t) = 1 - (1 - r(t))^n$, $q_p(t) = q^n(t)$, $F_p(t) = F^n(t)$,.

Azonos, időben állandó meghibásodási tényezőjű (λ) elemek esetén:

$$r_p(t) = 1 - (1 - r(t))^n = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^n \tag{3.6-19}$$

és ez alapján az első rendszerhiba várható ideje

$$MTFF_p = \int_0^\infty r_p(t)dt = \int_0^\infty (1 - F_p(t))dt = \int_0^\infty (1 - F^n(t))dt$$

n	$\frac{MTFF_p(n)}{MTFF}$	$r(t) = 0.9$		$r(t) = 0.5$	
		$r_p(t)$	$q_p(t)$	$r_p(t)$	$q_p(t)$
1	1.00	0.90000	0.10000	0.50000	0.50000
2	1.50	0.99000	0.01000	0.75000	0.25000
3	1.83	0.99900	0.00100	0.87500	0.12500
4	2.08	0.99990	0.00010	0.93750	0.06250
5	2.28	0.99999	0.00001	0.96875	0.03125
10	2.93	...	...	...	...

3.6-IV. táblázat: Egy párhuzamos forrótartalékolt rendszer megbízhatósági jellemzői

Kihasználva azt, hogy mivel $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$, így

$$\frac{dF(t)}{dt} = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda t} = \lambda(1 - F(t))$$

ezért a következő helyettesítést alkalmazhatjuk:

$$dt = \frac{dF(t)}{\lambda(1 - F(t))}$$

ami az $y = F(t)$ helyettesítés alapján

$$MTFF_p = \frac{1}{\lambda}\int_{t=0}^{\infty} \frac{1 - F^n(t)}{1 - F(t)} dF(t) = \frac{1}{\lambda}\int_0^1 \frac{1 - y^n}{1 - y} dy = \frac{1}{\lambda}\int_0^1 \sum_{k=0}^{n-1} y^k dy = \frac{1}{\lambda}\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \tag{3.6-20}$$

Az összefüggés alapján látható, hogy a forrótartalékolt elemek számának növekedésével a várható működési időre gyakorolt hatásuk egyre kisebb lesz. A 3.6-IV. táblázatban összefoglaltunk néhányat az állandó meghibásodási intenzitású azonos elemekből álló forrótartalékolt rendszereket jellemző megbízhatósági paraméterek közül, így például az elemek számának függvényében a rendszerhibáig várható működési idő növekedésének mértékét, valamint az egy elemre vonatkozó adott megbíztatósági értékek (0,9;0,5) esetén a rendszer megbízhatóság és megbízhatatlanság értékeit.

Az eddig vizsgált soros rendszer esetén azt tapasztaltuk, hogy ha az elemek meghibásodási tényezője időben állandó, akkor a rendszer eredő meghibásodási tényezője is az. Vizsgáljuk most a párhuzamos rendszer meghibásodási tényezőjét állandó meghibásodási tényezőjű azonos elemek esetén:

$$\lambda_p(t) = \frac{-1}{r_p(t)} \frac{dr_p(t)}{dt} = \frac{n\lambda e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^{n-1}}{1 - (1 - e^{-\lambda t})^n} \tag{3.6-21}$$

Azt kaptuk tehát, hogy az időben állandó meghibásodási tényezőjű elemekből álló forrótartalékolt rendszer eredő meghibásodási tényezője időben változik. Szélső értékei: $\lim_{t\to 0} \lambda_p(t) = 0$, és $\lim_{t\to\infty} \lambda_p(t) = \lambda$

Végezetül összefoglalhatjuk a forrótartalékolt rendszerek főbb tulajdonságait:

- Az éppen tartaléknak használt és az éppen operatív elem azonos valószínűséggel hibásodhat meg.
- A rendszerhiba várható értéke ($MTFF_p$) csak nagyon költségesen javítható. $MTFF_p$ csak nagyon lassan növekszik n függvényében.
- Viszont a rendszer működésének első időszakában ($t << MTFF$) a rendszerhiba bekövetkezésének valószínűsége nagyon hatásosan csökkenthető, azaz $q_p(t)$ sokkal kisebb mint $q(t)$.
- A rendszer meghibásodási tényezője $\lambda_p(t)$ időben változik. $t = 0$-ban 0-ról indul, és fokozatosan növekszik, míg eléri az egy elemre jelemző értéket.
- A forrótartalékolt rendszerek működéséhez szükséges átkapcsolási feladat megvalósítása gyakorlatban sokszor nehezen kivitelezhető, és ennek az átkapcsolási egységnek az elemek megbízhatóságánál több nagyságrenddel megbízhatóbbnak kell lennie ahhoz, hogy a rendszer közel ideális forrótartalékolt rendszerként viselkedjen.

3.6.2 Hidegtartalékolt rendszer megbízhatósági jellemzői

Tekintsünk egy hidegtartalékolt rendszert n elemmel. Az egyes elemek véletlen meghibásodási időpontjai τ_i, $i = 1, ..., n$ az ezekhez tartozó sűrűségfüggvények $f_i(t)$, $i = 1, ..., n$. A rendszer akkor hibásodik meg, amikor minden elem egyenként meghibásodik, így $\tau = \sum_{i=1}^{n} \tau_i$ Amennyiben a meghibásodási idők függetlenek a rendszer meghibásodás idejének sűrűségfüggvénye az elemek meghibásodási idő sűrűségfüggvényeinek konvoluciójaként számítható, azaz

$$f_h(t) = f_1(t) \otimes f_2(t) \otimes ... \otimes f_n(t) \tag{3.6-22}$$

Az elemek meghibásodási idejének függetlenségére vonatkozó feltételezés a gyakorlatban nem mindig teljesül, például, ha a meghibásodásokat a környezet valamilyen megváltozásából adódó megnövekedett stressz okozza. Továbbá a fenti összefüggésben feltételeztük, hogy a meghibásodott elemek üzemképes elemre cserélése minden esetben elhanyagolható idő alatt megtörténik.

Az első rendszerhiba várható ideje:

$$MTFF_h = \sum_{1}^{n} MTFF_i \tag{3.6-23}$$

Ha az egyes elemek azonos megbízhatóságúak, azaz $f_i(t) \equiv f(t)$, $\forall i$, ami általában a gyakorlatban teljesül, mivel tipikusan az üzemivel megegyező tartalék alkatrészeket szoktak alkalmazni, akkor

$$MTFF_h = n \cdot MTFF \tag{3.6-24}$$

Amennyiben azonos, időben állandó meghibásodási tényezőjű elemeink vannak, akkor a rendszer megbízhatósága

$$r_h(t) = \sum_{0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \mathrm{e}^{-\lambda t} \tag{3.6-25}$$

Az összefüggés abból adódik, hogy egymást követő azonos λ paraméterű független exponenciális eloszlású időszakok esetén (mint amilyenek az általunk vizsgált meghibásodási idők) egy tetszőleges t hosszúságú intervallumba eső időszakok száma Poisson eloszlású λt paraméterrel, azaz annak valószínűsége, hogy éppen k darad időszak esik a vizsgált $(0,t)$ intervallumba az éppen $\frac{(\lambda t)^k}{k!}\mathrm{e}^{-\lambda t}$. A hidegtartalékolt rendszer működőképeségének valószínűsége a t időpillanatban pedig, megegyezik azzal a valószínűséggel, hogy kevesebb mint n időszak eset a vizsgált t hosszúságú intervallumba, vagyis még nem hibásodott meg az összes elem.

A rendszer várható működési ideje:

$$MTFF_h = \frac{n}{\lambda} \tag{3.6-26}$$

A 3.6-V. táblázatban összefoglaltunk néhány állandó meghibásodási intenzitású azonos elemekből álló hidegtartalékolt rendszert jellemző megbízhatósági paramétert.

A rendszer meghibásodási tényezője $\lambda_h(t)$ ebben az esetben is időfüggő

$$\lambda_h = \frac{-1}{r_h(t)} \frac{dr_h(t)}{dt} = \lambda \; \frac{\dfrac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!}}{\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^k}{k!}} \tag{3.6-27}$$

Szélső értékei most is $\lim_{t\to 0}\lambda_h(t) = 0$, és $\lim_{t\to\infty}\lambda_h(t) = \lambda$.

A hidegtartalékolt rendszerekről összefoglalva elmondhatjuk:

n	$\frac{MTFF_h(n)}{MTFF}$	$r(t) = 0.9$		$r(t) = 0.5$	
		$r_h(t)$	$q_h(t)$	$r_h(t)$	$q_h(t)$
1	1.0	0.900000	0.100000	0.500000	0.500000
2	2.0	0.994824	0.005176	0.846574	0.153426
3	3.0	0.999820	0.000180	0.966687	0.033313
4	4.0	0.999995	0.000005	0.994439	0.005561
5	5.0	1.000000	0.000000	0.999248	0.000752
10	10.0	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000

3.6-V. táblázat: Egy párhuzamos hidegtartalékolt (passzív tartalékolású) rendszer megbízhatósági jellemzői

- Egyszerre csak egy, az éppen operatív elem hibásodhat meg. A tartalékok nem hibásodnak.
- A rendszerhiba várható értéke ($MTFF_h$) lineárisan növekszik n függvényében. Azaz a várható működési idő aránylag hatékonyan növelhető.
- A rendszer működésének első időszakában ($t < MTFF$) a rendszerhiba bekövetkezésének valószínűsége $q_h(t)$ sokkal kisebb mint $q(t)$.
- a rendszer meghibásodási tényezője $\lambda_h(t)$ időben változik. $t = 0$-ban 0-ról indul, és fokozatosan nővekszik, de lassabban mint $\lambda_p(t)$, míg eléri az egy elemre jelemző értéket.
- A hidegtartalékolt rendszerek működéséhez szükséges átkapcsolási feladat szintén megvalósítási problémákat vet fel, hogy hogyan lehet azonnal érzékelni az elemek meghibásodását, azonnal átkapcsolni a tartalékra, és mindezt additív hibalehetőségek beiktatása nélkül.

3.6.3 n-ből k rendszer megbízhatósági jellemzői

Az n azonos elemből álló n-ből k rendszer elemeinek meghibásodási időpontjait jelölje τ_i, $i = 1, ..., n$, és ezek eloszlásfüggvényét $F(t) = F_i(t) = P(\tau_i < t) = q(t)$, valamint megbízhatóságát $r(t) = r_i(t) = P(\tau_i > t) = 1 - F(t)$ jelöli. A rendszer meghibásodásának pillanata τ_{nk} az a pillanat, amikor meghibásodási idő szerint növekvő sorrendben az $n - k + 1$-edik elem meghibásodik. Vagyis egy adott t időpillanatban a rendszer akkor működik, ha nem több mint $n - k + 1$ hibás, vagy megfordítva

k/n	$\frac{MTFF_{nk}(n)}{MTFF}$	$r(t) = 0.9$		$r(t) = 0.5$	
		$r_{nk}(t)$	$q_{nk}(t)$	$r_{nk}(t)$	$q_{nk}(t)$
1/1	1.00	0.900000	0.100000	0.500000	0.500000
1/2	1.50	0.990000	0.010000	0.750000	0.250000
2/3	0.83	0.972000	0.028000	0.500000	0.500000
3/4	0.58	0.947700	0.052300	0.312500	0.687500
4/5	0.45	0.918540	0.081460	0.187500	0.812500
9/10	0.21	0.736099	0.263901	0.010742	0.989258

3.6-VI. táblázat: Egy n-ből k (aktív) tartalékolású rendszer megbízhatósági jellemzői

legalább k jó elem van a rendszerben. Független azonos eloszlású τ_i meghibásodási időpontok esetén a hibás elemek száma binomiális eloszlású, így annak valószínűsége, hogy éppen $i, 0 \leq i \leq n$ elem hibás t-ben $\binom{n}{i} r^i(t) q^{n-i}(t)$. Ez alapján már felírhatjuk a rendszer hibamentes működésének valószínűségét

$$r_{nk}(t) = P(\tau_{nk} \;>\; t) = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} r^i(t) q^{n-i}(t) \qquad (3.6\text{-}28)$$

Az elemek meghibásodásainak függetlenségére vonatkozó követelmény itt is majdnem olyan szigorú, mint a párhuzamos forrótartalékolt rendszernél, mivel az $n-k+1$-ik meghibásodási időpontig kell a függetlenségnek teljesülnie.

A rendszerhiba bekövetkezésének várható ideje:

$$MTFF_{nk} \;= \int_0^{\infty} r_{nk}(t) dt \qquad (3.6\text{-}29)$$

Abban az esetben, ha az egyforma elemek meghibásodási tényezője időben állandó, azaz exponenciális eloszlású az elemek meghibásodási ideje, akkor

$$r_{nk}(t) = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} e^{-i\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^{n-i} \qquad (3.6\text{-}30)$$

és

$$MTFF_{nk} = \int_0^{\infty} r_{nk}(t) dt = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} \left(\frac{1}{i} - \frac{1}{n} \right) = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} \frac{n-i}{in} \qquad (3.6\text{-}31)$$

A 3.6-VI. táblázatban az n-ből k rendszererek paraméterei találhatók $k = n - 1$ esetén.

Az n-ből k rendszerek, tetszőleges n és k értékek mellett sokféle megbízhatósági rendszert alkotnak (soros -, forrótartalékolt rendszer), így sok tulajdonságuk, csak a speciális n és k értékek alapján jellemezhető, az alábbiakban a kevés közös jellemzőt foglaljuk össze:

- A működés során bármelyik elem meghibásodhat.
- A rendszerhiba várható értéke $(MTFF_{nk})$ lehet kisebb és nagyobb is mint a elemek működési idejének várható értéke.
- A rendszer működésének első időszakában $(t << MTFF)$ a rendszerhiba valószínűsége $q_h(t)$ lehet kisebb és nagyobb is mint $q(t)$.
- A rendszer működésének végén $(t >> MTFF)$ a rendszerhiba valószínűsége $q_h(t) \geq q(t)$.
- a rendszer meghibásodási tényezője $\lambda_{nk}(t)$ időben változik, ha $n \neq k$. Ezekben az esetekben $t = 0$-ban 0-ról indul, és fokozatosan növekszik. $n = k$ esetén $\lambda_{nk}(t)$ időben állandó.
- Az n-ből k rendszerek működéséhez szükséges átkapcsolási feladat általában nehezen megvalósítható. Vannak speciális esetek, amikor azonban egyszerű kapcsoló logikák alkalmazhatók.

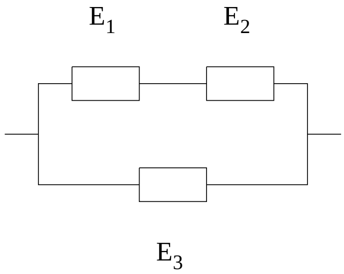
3.6.3.1 Majoritásos rendszer

Az n-ből k rendszerek egy speciális osztálya, amelynek fizikai megvalósításához aránylag egyszerűen kivitelezhető kapcsolási funkció tartozik, a többségi szavazásos vagy más szoval majoritásos rendszer. A rendszer n páratlan darab egyforma elemből áll, és $k = n/2 + 0,5$, azaz a rendszer addig jó, amíg az elemek többsége jó.

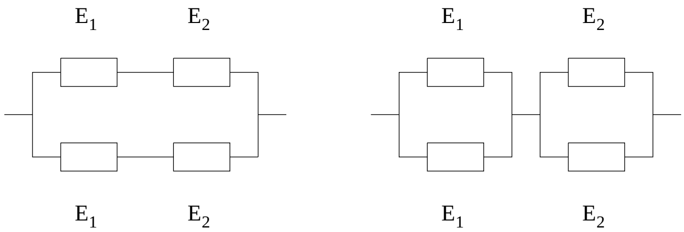
Az n-ből k rendszereken belül a majoritásos rendszer speciális tulajdonságai a következők:

- A rendszerhiba várható értéke kisebb mint a elemek működési idejének várható értéke.
- A rendszer működésének első időszakában $(t << MTFF)$ a rendszerhiba valószínűsége $q_h(t)$ kisebb mint $q(t)$.

- Az majoritásos rendszerek működéséhez szükséges átkapcsolási feladat két lehetséges kimeneti választ adó elemek esetén az egyes elemek kimeneti válaszainak többségi összegzése.



3.7-4. ábra : Egy soros-párhuzamos rendszer blokkdiagramja



3.7-5. ábra : Rendszer- és elemtartalékolás blokkdiagrammja

3.7 Összetett redundáns rendszerek

Ebben a részben a megismert alapstruktúrákból felépülő összetettebb rendszerek vizsgálatának módszereivel ismerkedünk.

3.7.1 Soros-párhuzamos rendszerek

Sorosnak nevezzük két vagy több rendszerelem kapcsolatát, ha bármelyikük kiesése a vizsgált részrendszer kiesését eredményezi, és párhuzamosnak nevezzük, ha bármelyik elem működése esetén a részrendszer még működőképes. Azokat a megbízhatósági rendszereket, amelyek több lépésben hierarchikusan lebonthatók az elemek szintjéig, vagy az elemek szintjéről felépíthetők a rendszer szintig, úgy hogy minden szinten csak soros vagy párhuzamos "elemek" képeznek részrendszert, soros-párhuzamos rendszereknek nevezzük (3.7-4. ábra).

Az ilyen soros-párhuzamos rendszerek megbízhatósági számítása a vázolt hierarchia szintekre bontáson alapul. Minden szinten egy már ismert soros vagy párhuzamos rendszer analízisét kell elvégezni, és az eredmény a következő szinten bemenő adatként szerepel.

Tekintsük következő gyakorló példákat:

- két-két soros-párhuzamos elem rendszertartalékolással (3.7-5.a ábra)

$$r(t) = 1 - (1 - r_1(t)r_2(t))^2 = 2r_1(t)r_2(t) - r_1^2(t)r_2^2(t)$$

$$r(t) = 2e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} - e^{-2(\lambda_1+\lambda_2)t}$$

$$MTFF = \frac{2}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{1}{2(\lambda_1 + \lambda_2)} = \frac{3}{2(\lambda_1 + \lambda_2)}$$

- két-két soros-párhuzamos elem elemenkénti tartalékolással (3.7-5.b ábra)

$$r(t) = (1 - (1 - r_1(t))^2)(1 - (1 - r_2(t))^2) = (2r_1(t) - r_1^2(t))(2r_2(t) - r_2^2(t))$$

$$r(t) = 4r_1(t)r_2(t) - 2r_1(t)r_2^2(t) - 2r_1^2(t)r_2(t) + r_1^2(t)r_2^2(t)$$

$$r(t) = 4e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} - 2e^{-(2\lambda_1+\lambda_2)t} - 2e^{-(\lambda_1+2\lambda_2)t} + e^{-2(\lambda_1+\lambda_2)t}$$

$$MTFF = \frac{4}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{2}{2\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{2}{\lambda_1 + 2\lambda_2)} + \frac{1}{2(\lambda_1 + \lambda_2)}$$

- egy elemmel két párhuzamos sorban (3.7-4. ábra)

$$r(t) = r_1(t)(1 - (1 - r_2(t))^2) = 2r_1(t)r_2(t) - r_1(t)r_2^2(t)$$

$$r(t) = 2e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} - e^{-(\lambda_1+2\lambda_2)t}$$

$$MTFF = \frac{2}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + 2\lambda_2}$$

A megbízhatósági rendszerek, azonban nem minden esetben bonthatók fel soros és párhuzamos alrendszerekre. Például az 5 elemű a hídágas rendszer nem soros-párhuzamos rendszer, mint a következő pontban látni fogjuk.

3.7.2 Majoritásos rendszer kapcsoló logikával

A gyakorlatban előforduló majoritásos rendszerek kapcsoló logikáját nem tekinthetjük ideálisnak, ezért a valós majoritásos rendszerek megbízhatósági elemzése során az n-ből k rendszerrel megbízhatósági értelemben sorbakötött elemként kezeljük a kapcsoltót. Az így kialakult rendszer megbízhatósága 3 egységes majoritásos rendszer esetén:

$$r_m(t) = r_l(t) \sum_{i=2}^{3} \binom{3}{i} r^i(t)(1 - r(t))^{3-i},$$

ahol $r_m(t)$ a rendszer, $r_l(t)$ a kapcsoló, és $r(t)$ a majoritásos rendszer elemeinek megbízhatóságát jelöli. Időben állandó meghibásodási intenzitásokat feltételezve

$$r_m(t) = e^{-\lambda_l t}(3e^{-2\lambda t}(1 - e^{-\lambda t}) + e^{-3\lambda t}) = 3e^{-(\lambda_l + 2\lambda)t} - 2e^{-(\lambda_l + 3\lambda)t}$$

amiből a rendszerhiba várható értéke:

$$MTFF_m = \frac{3}{\lambda_l + 2\lambda} - \frac{2}{\lambda_l + 3\lambda}$$

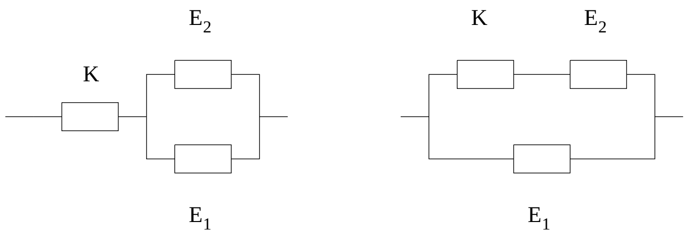
Az ideális (hibamentes kapcsolójú) majoritásos rendszer viselkedéséhez képest tovább csökken tehát a rendszer várható élettartama. A rendszer meghibásodási intenzitása a rendszer működésének elején $\lim_{t \to 0} \lambda_m(t) = \lambda_l$, azaz eleinte a kapcsoló megbízhatósága határozza meg a rendszer megbízhatóságot, ezért a majoritásos rendszer elemeinél sokkal megbízhatóbb kapcsoló $\lambda_l << \lambda$ esetén van értelme csak a majoritásos rendszer kialakításának.

3.7.3 Átkapcsolható tartalékolású rendszer

A tartalék elemekkel rendelkező rendszerek az átkapcsolást végző logikával együtt alkotják az átkapcsolható tartalékolású rendszereket vagy más néven a stand-by rendszereket. A tartalék elemek meghibásodási tulajdonságai alapján megkülönböztetünk

- forrótartalékolású rendszereket
  amelyekben a tartalék és az üzemi alkatrész meghibásodási folyamata megegyezik,
- hidegtartalékolású rendszereket
  amelyekben a tartalék nem hibásodhat meg,
- csökkentett terhelésű tartalékkal rendelkező rendszereket
  amelyekben a tartalék elemek is meghibásodhatnak, de meghibásodásuk lassabb mint az üzemi alkatrészek meghibásodása.

A rendszerek fizikai működésétől függően megbízhatósági szempontból a tartalékolt rendszerek két modelljét szokták alkalmazni (3.7-6). Az egyikben a kapcsoló meghibásodása az egész rendszer hibáját okozza, ekkor tehát a kapcsolót a rendszer többi elemével sorosan kapcsolva feltételezzük. A másik esetben pedig a kapcsoló meghibásodása nem okoz közvetlenül rendszerhibát, hanem csak akkor, ha kapcsolást kéne végrehajtani. Ez utóbbi esetben a kapcsolót az operatív elemmel párhuzamos mellékágban, a tartalék elemmel sorbakötve képzeljük el (csak forrótartalékolás esetén írható le a rendszer megbízhatósági blokkdiagrammal).



3.7-6. ábra : Nem ideális átkapcsolók modelljei

A nem ideális átkapcsolóval ellátott stand-by rendszerek elemzése a soros-párhuzamos rendszerekre és a különböző tartalékolású alaprendszerekve vonatkozó módszerek alapján történhet:

Például az aktív tartalékolású, soros kapcsolójú 2 egységes rendszer esetén

$$r_{sb}(t) = r_k(t)(1-(1-r(t))^2) = 2r_k(t)r(t) - r_k(t)r^2(t)$$

ami állandó meghibásodási intenzitások mellett

$$r_{sb}(t) = 2e^{-(\lambda_k+\lambda)t} - e^{-(\lambda_k+2\lambda)t}$$

és ekkor a működési idő várható értéke:

$$MTFF_{sb} = \frac{2}{\lambda_k+\lambda} - \frac{1}{\lambda_k+2\lambda}$$

Illetve a passzív tartalékolású, mellékágban lévő kapcsolójú, állandó hibaintenzitású 2 egységes rendszer esetén

$$r_{hk}(t) = e^{-\lambda t}(1+\lambda t r_k(t)) = e^{-\lambda t}(1+\lambda t e^{-\lambda_k t})$$

$$MTFF_{hk} = \frac{1}{\lambda} + \frac{\lambda}{(\lambda_k+\lambda)^2}$$

3.8 Nemjavított rendszerek számítási módszerei

3.8.1 Megbízhatósági blokkdiagram

Az eddigiekben bemutatott megbízhatósági modellek és számítási módszerek jellemzői főbb jellemzői a következők voltak: kétállapotú elemek alkották a rendszereket, amelyek meghibásodási folyamatait függetlennek feltételeztük; a rendszerek több lépcsőben soros-párhuzamos alrendszerekre ismert alapstruktúrákra voltak bonthatók; a nélkül, hogy erre külön felhívtuk volna a figyelmet, a számításokat a Boole-algebra szabályai szerint végeztük. Az alábbiakban olyan módszereket ismertetünk, amelyek a felsorolt jellemzőknél bonyolultabb rendszerek elemzésére alkalmazhatóak. Az eddigi modellezési körön kívül eső rendszerek azok, amelyek vagy nem bonthatók soros-párhuzamos struktúrákra, vagy bizonyos elemeinek meghibásodása összefüggő.

3.8.2 A teljes valószínűség tétel alkalmazása

A soros-párhuzamos struktúrákra nem bontható rendszerek vizsgálatra alkalmas módszer a teljes valószínűség tétel alkalmazása. A teljes valószínűség tétel kimondja, hogy diszjunkt teljes eseményrendszert képező események B_i mint feltételek mellett egy tetszőleges esemény A valószínűsége az egyes feltételek szerinti feltételes valószínűségek súlyozott összege, ahol a súlyozás a feltételek valószínűsége szerint történik. Formálisan $\cup_{i=1}^{n} B_i = \Omega,\ B_i \cap B_j = \emptyset,\ \forall\, i,j = 1...n$ esetén

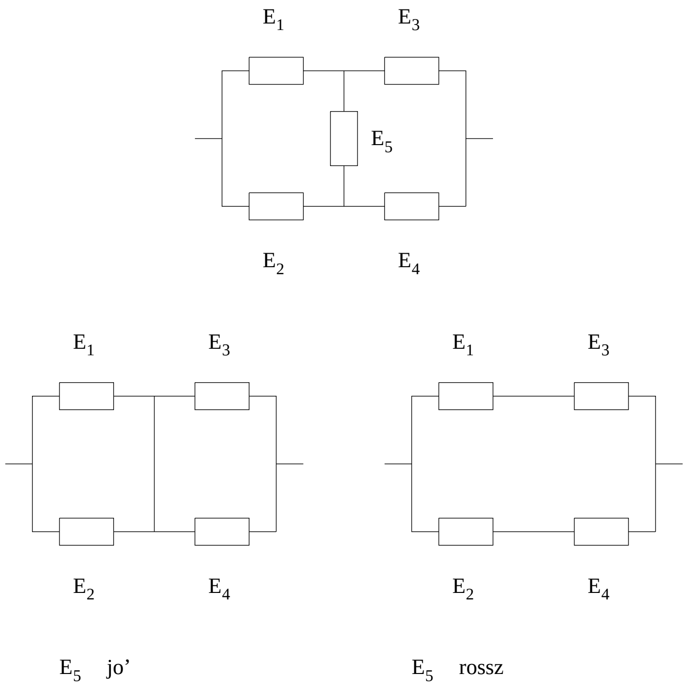
$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)$$

A tétel alkalmazása két állapotú elemeket tartalmazó rendszerek esetén egy tetszőlegesen kiválasztott elemre vonatkozóan leegyszerűsödik a következő alakra

$$\begin{aligned}&P(\text{rendszer j}) =\\ &P(\text{rendszer j}|\text{j-edik elem j})P(\text{j-edik elem j})+\\ &P(\text{rendszer j}|\text{j-edik elem rossz})P(\text{j-edik elem rossz})\end{aligned}$$

A teljes valószínűség tétel alkalmazásával már kiszámítható az 5 elemű hídágas rendszer megbízhatósága, vagy az összefüggő meghibásodásokkat tartalmazó rendszer viselkedése (3.8-7).

$$\begin{aligned}&r(t) =\\ &r_5(t)\left[1-q_1(t)q_2(t)\right]\left[1-q_3(t)q_4(t)\right]+\\ &q_5(t)\left[1-(1-r_1(t)r_3(t))(1-r_2(t)r_4(t))\right]+\end{aligned}$$



3.8-7. ábra : Hídágas rendszer és elemzése teljes valószínűség tétellel